ВАРІАНТ 1

	А	Б	В	Г
1	X			
2			X	
3		X		
4				X
5		X		
6			X	
7			X	
8	X			
9				X
10		X		
11	X			
12			X	

1. На малюнку заштриховано $\frac{5}{8}$ частин круга. *В-дь:* **А.**

2. 1,5 кг : 10 · 8 = 1,2 кг. *Відповідь:* **В.**

3. Число –7 є коренем рівняння $8x = -56$, бо $8 \cdot (-7) = -56$. *Відповідь:* **Б.**

4. $(2m - x)(2m + x) + x^2 = (2m)^2 - x^2 + x^2 = 4m^2$. *Відповідь:* **Г.**

5. $4\sqrt{5} - \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$. *Відповідь:* **Б.**

6. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-8+5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8.$ *Відповідь:* **В.**

7. $x^2 - 49 > 0$; $(x + 7)(x - 7) > 0$; $x \in (-\infty; -7) \cup (7; +\infty)$. *Відповідь:* **В.**

8. Числами, кратними 7, є: 7, 14, 21, 28 — усього 4 числа. $P = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$. *Відповідь:* **А.**

9. $\angle x = 180° - 115° = 65°$. *Відповідь:* **Г.**

10. $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$. $\cos\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$. *Відповідь:* **Б.**

11. $x_{ср} = \frac{4 + (-8)}{2} = -2$; $y_{ср} = \frac{-1 + 7}{2} = 3$. $O(-2; 3)$. *Відповідь:* **А.**

12. $\pi r^2 = 16\pi$; $r^2 = 16$; $r = 4$ (см) — радіус круга; $a = 2 \cdot 4 = 8$ (см) — сторона квадрата. *Відповідь:* **В.**

13. $$\left(\frac{x-2y}{x^2+2xy} - \frac{x+2y}{x^2-2xy}\right) : \frac{4y^2}{4y^2-x^2} = \left(\frac{x-2y}{x(x+2y)} - \frac{x+2y}{x(x-2y)}\right) \cdot \frac{4y^2-x^2}{4y^2} =$$

$$= -\frac{(x-2y)^2-(x+2y)^2}{x(x+2y)(x-2y)} \cdot \frac{x^2-4y^2}{4y^2} = -\frac{(x-2y-x-2y)\cdot(x-2y+x+2y)}{x(x+2y)(x-2y)} \cdot \frac{x^2-4y^2}{4y^2} =$$

$$= -\frac{-8xy}{x(x+2y)(x-2y)} \cdot \frac{(x+2y)(x-2y)}{4y^2} = \frac{2}{y}.$$

Відповідь: $\frac{2}{y}$

14. $\frac{16-3x}{3} - \frac{3x+7}{4} > 0 \,\Big|\, \cdot 12$; $4(16 - 3x) - 3(3x + 7) > 0$; $64 - 12x - 9x - 21 > 0$;

$-21x > -43$; $x < \frac{43}{21}$; $x < 2\frac{1}{21}$. Найбільшим цілим значенням x є число 2.

Відповідь: 2

15. $y = 3x^2 - 6x + 1$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору

Координати її вершини: $x_{в.} = -\dfrac{-6}{2\cdot 3} = 1$; $y_{в.} = y(1) = 3\cdot 1^2 - 6\cdot 1 + 1 = -2$.

Область значень функції $y \in [-2; +\infty)$. *Відповідь:* $[-2; +\infty)$.

16. Вектори $\vec{a}\,(2m; -1)$ і $\vec{b}\,(-8; m)$ будуть колінеарними, якщо їх відповідні координати пропорційні: $\dfrac{2m}{-8} = \dfrac{-1}{m}$; $2m^2 = 8$; $m^2 = 4$. $m_1 = -2$, $m_2 = 2$.

Відповідь: -2; 2.

17. Нехай x км/год — швидкість велосипедиста. Тоді швидкість мотоцикліста $(x + 45)$ км/год. Відстань між містами велосипедист проїхав за $\dfrac{60}{x}$ год, а мотоцикліст — за $\dfrac{60}{x+45}$ год. Отримуємо рівняння:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+45} = 3. \quad \frac{20}{x} - \frac{20}{x+45} - 1 = 0; \quad \frac{20(x+45) - 20x - x(x+45)}{x(x+45)} = 0;$$

$$\frac{x^2+45x-900}{x(x+45)} = 0; \quad \begin{cases} x^2+45x-900 = 0, \\ x(x+45) \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 15; x_2 = -60, \\ x \neq 0; x \neq -45; \end{cases}$$ x_2 — не задовольняє умову задачі (оскільки $x_2 < 0$).

Отже, швидкість велосипедиста 15 км/год. *Відповідь:* 15 км/год.

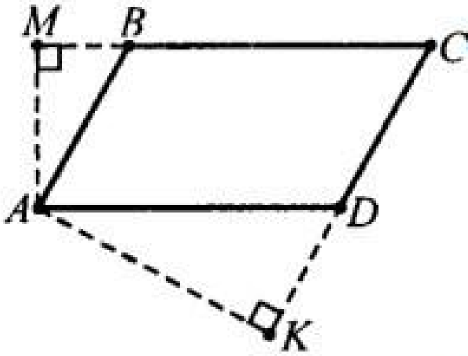
18. $\begin{cases} x + xy + 3y = 3, \\ 2x - xy - y = -2; \end{cases} \begin{cases} x + xy + 3y = 3, \\ 3x + 2y = 1; \end{cases}$

$$\begin{cases} x + x\cdot\dfrac{1-3x}{2} + 3\cdot\dfrac{1-3x}{2} = 3, \\ y = \dfrac{1-3x}{2}; \end{cases} \begin{cases} 2x + x - 3x^2 + 3 - 9x - 6 = 0, \\ y = \dfrac{1-3x}{2}; \end{cases} \begin{cases} -3x^2 - 6x - 3 = 0, \\ y = \dfrac{1-3x}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2x + 1 = 0, \\ y = 0,5(1-3x); \end{cases} \begin{cases} (x+1)^2 = 0, \\ y = 0,5(1-3x); \end{cases} \begin{cases} x = -1, \\ y = 2. \end{cases}$$

Відповідь: $(-1; 2)$.

19. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, у якого AK і AM — висоти, $\angle A : \angle B = 2 : 3$. Нехай $\angle A = 2x$, тоді $\angle B = 3x$. За властивістю кутів паралелограма $2x + 3x = 180°$; $5x = 180°$; $x = 36°$. Отже, $\angle A = \angle C = 2 \cdot 36° = 72°$. З чотирикутника $AMCK$ $\angle MAK = 360° - \angle M - \angle C - \angle K = 360° - 90° - 72° - 90° = 108°$.



Відповідь: 108°.

ВАРІАНТ 2

	А	Б	В	Г
1		X		
2	X			
3				X
4			X	
5	X			
6		X		
7	X			
8			X	
9		X		
10				X
11			X	
12			X	

1. На малюнку заштриховано $\frac{3}{5}$ частин прямокутника.

Відповідь: **Б.**

2. 1,5 год : 10 · 12 = 1,8 год. *Відповідь:* **А.**

3. Число 6 є коренем рівняння $-5x = -30$, бо $-5 \cdot 6 = -30$.

Відповідь: **Г.**

4. $(a - 3b)(a + 3b) - a^2 = a^2 - (3b)^2 - a^2 = -9b^2$.

Відповідь: **В.**

5. $7\sqrt{3} + \sqrt{3} = 8\sqrt{3}$. *Відповідь:* **А.**

6. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{5} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-7+5} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9.$ *Відповідь:* **Б.**

7. $x^2 - 36 < 0$; $(x + 6)(x - 6) < 0$; $x \in (-6; 6)$. *Відповідь:* **А.**

8. Числами, кратними 7 є: 7, 14 — усього 2 числа. $P = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$. *Відповідь:* **В.**

9. $\angle x = 180° - 125° = 55°$. *Відповідь:* **Б.**

10. $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$. $\sin\alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{15}{17}$. *Відповідь:* **Г.**

11. $x_{\text{ср}} = \frac{-6+2}{2} = -2$; $y_{\text{ср}} = \frac{11+(-5)}{2} = 3$. $O\,(-2; 3)$. *Відповідь:* **В.**

12. $r = 6 : 2 = 3$ (см) — радіус круга; $S = \pi r^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$ (см^2). *Відповідь:* **В.**

13. $$\left(\frac{a-3b}{a^2+3ab} - \frac{a+3b}{a^2-3ab}\right) : \frac{4b^2}{9b^2-a^2} = \left(\frac{a-3b}{a(a+3b)} - \frac{a+3b}{a(a-3b)}\right) \cdot \frac{9b^2-a^2}{4b^2} =$$

$$= -\frac{(a-3b)^2-(a+3b)^2}{a(a+3b)(a-3b)} \cdot \frac{a^2-9b^2}{4b^2} = -\frac{(a-3b-a-3b)\cdot(a-3b+a+3b)}{a(a+3b)(a-3b)} \cdot \frac{a^2-9b^2}{4b^2} =$$

$$= -\frac{-12ab}{a(a+3b)(a-3b)} \cdot \frac{(a+3b)(a-3b)}{4b^2} = \frac{3}{b}.$$

Відповідь: $\frac{3}{b}$

14. $\frac{17-3x}{4} - \frac{2x+5}{3} < 0 \,\Big|\, \cdot 12$; $3(17 - 3x) - 4(2x + 5) < 0$; $51 - 9x - 8x - 20 < 0$;

$-17x < -31$; $x > \frac{31}{17}$; $x > 1\frac{14}{17}$. Найменше значення $x = 2$.

Відповідь: $x = 2$.

15. $y = 2x^2 - 8x + 1$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору.

Координати її вершини: $x_{в.} = -\dfrac{-8}{2 \cdot 2} = 2$; $y_{в.} = y(2) = 2 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 +$

$+ 1 = -7$. Область значень функції $y \in [-7; +\infty)$. *Відповідь:* $[-7; +\infty)$.

16. Вектори $\vec{n}\,(2a; -6)$ і $\vec{m}\,(-3; a)$ будуть колінеарними, якщо їх відповідні

координати пропорційні: $\dfrac{2a}{-3} = \dfrac{-6}{a}$; $2a^2 = 18$; $a^2 = 9$. $a_1 = -3$, $a_2 = 3$.

Відповідь: –3; 3.

17. Нехай x км/год — швидкість першого автомобіля. Тоді швидкість другого — $(x - 10)$ км/год. Відстань між містами перший автомобіль проїхав за $\dfrac{560}{x}$ год, а другий автомобіль — за $\dfrac{560}{x-10}$ год.

Отримуємо рівняння: $\dfrac{560}{x-10} - \dfrac{560}{x} = 1$. $\dfrac{560x - 560(x-10) - x(x-10)}{(x-10)x} = 0$.

$\dfrac{x^2 - 10x - 5600}{(x-10)x} = 0$. $\begin{cases} x_1 = 80; x_2 = -70, \\ x \neq 0; x \neq 10; \end{cases}$ x_2 — не задовольняє умову задачі.

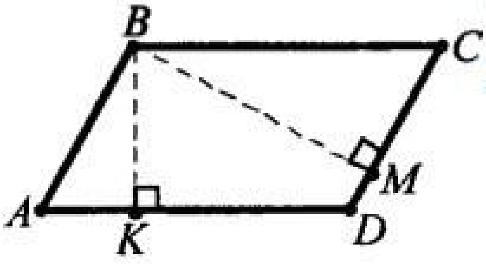
Отже, швидкість першого автомобіля 80 км/год, другого —
$80 - 10 = 70$ (км/год). *Відповідь:* 80 км/год і 70 км/год.

18. $\begin{cases} y - xy - 3x = 3, \\ 2y + xy + x = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} y - xy - 3x = 3, \\ 3y - 2x = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} y - xy - 3x = 3, \\ x = 0{,}5(3y-1); \end{cases}$

$\begin{cases} y - y0{,}5(3y-1) - 30{,}5(3y-1) = 3, \\ x = 0{,}5(3y-1); \end{cases}$ $\begin{cases} 2y - y(3y-1) - (9y-3) - 6 = 0, \\ x = 0{,}5(3y-1); \end{cases}$

$\begin{cases} -3y^2 - 6y - 3 = 0, \\ x = 0{,}5(3y-1); \end{cases}$ $\begin{cases} y^2 - 2y + 1 = 0, \\ x = 0{,}5(3y-1); \end{cases}$ $\begin{cases} y = -1, \\ x = -2; \end{cases}$ *Відповідь:* (–2; –1).

19. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, BK і BM — його висоти, $\angle A : \angle B = 4 : 5$. Нехай $\angle A = 4x$, тоді $\angle B = 5x$. За властивістю кутів паралелограма $4x + 5x = 180°$; $9x = 180°$; $x = 20°$. Отже, $\angle B = \angle D = 5 \cdot 20° = 100°$. $\angle ABM = 90°$ ($AK \perp DC$, $DC \parallel AB$). $\angle MBC = \angle ABC - \angle ABM = 100° - 90° = 10°$. $\angle KBC = 90°$ ($AM \perp BC$, $BC \parallel AD$). Отже, кут між висотами дорівнює: $\angle KBM = \angle KBC - \angle MBC = 90° - 10° = 80°$.



Відповідь: 80°.

ВАРІАНТ 3

	А	Б	В	Г
1				X
2		X		
3	X			
4		X		
5			X	
6				X
7		X		
8		X		
9	X			
10			X	
11				X
12	X			

1. На малюнку заштриховано $\frac{3}{8}$ частин круга.

Відповідь: **Г.**

2. 1,5 кг : 20 кг · 12 кг = 0,9 кг. *Відповідь:* **Б.**

3. Число –8 є коренем рівняння $-5x = 40$, бо $-5 \cdot (-8) = 40$.

Відповідь: **А.**

4. $(3x - y)(3x + y) + y^2 = (3x)^2 - y^2 + y^2 = 9x^2$. *В-дь:* **Б**

5. $5\sqrt{3} - \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$. *Відповідь:* **В.**

6. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-9} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5+(-9)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^4 = 16$. *Відповідь:* **Г.**

7. $x^2 - 81 \geq 0$; $(x + 9)(x - 9) \geq 0$; $x \in (-\infty; -9] \cup [9; +\infty)$.

Відповідь: **Б.**

8. Числами, кратними 9 є: 9, 18 — усього 2 числа. $P = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$. *Відповідь:* **Б.**

9. $\angle x = 180° - 65° = 115°$. *Відповідь:* **А.**

10. $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$. $\sin\beta = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{17}$. *Відповідь:* **В.**

11. $x_{ср} = \frac{8 + (-4)}{2} = 2$; $y_{ср} = \frac{-9 + 3}{2} = -3$. (2; –3). *Відповідь:* **Г.**

12. $2\pi r = 8\pi$; $r = 4$ (см) — радіус кола; $a = 2 \cdot 4 = 8$ (см) — сторона квадрата; $S = 8^2 = 64$ (см^2). *Відповідь:* **А.**

13.
$$\left(\frac{x+4y}{x^2-4xy} - \frac{x-4y}{x^2+4xy}\right) : \frac{4y^2}{16y^2-x^2} = \left(\frac{x+4y}{x(x-4y)} - \frac{x-4y}{x(x+4y)}\right) \cdot \frac{16y^2-x^2}{4y^2} =$$
$$= \frac{(x+4y)^2-(x-4y)^2}{x(x-4y)(x+4y)} \cdot \frac{16y^2-x^2}{4y^2} = \frac{(x+4y-x+4y)\cdot(x+4y+x-4y)}{x(x-4y)(x+4y)} \cdot \frac{16y^2-x^2}{4y^2} =$$
$$= \frac{16xy}{x(x^2-16y^2)} \cdot \frac{16y^2-x^2}{4y^2} = -\frac{4(x^2-16y^2)}{y(x^2-16y^2)} = -\frac{4}{y}.$$

Відповідь: $-\frac{4}{y}$.

14. $\frac{23-5x}{2} - \frac{2x+5}{3} > 0 \,\Big|\, \cdot 6$; $3(23 - 5x) - 2(2x + 5) > 0$; $69 - 15x - 4x - 10 > 0$;

$-19x > -59$; $x < \frac{59}{19}$; $x < 3\frac{2}{19}$. Найбільшим цілим значенням x є число 3.

Відповідь: 3.

Скачано з Ерудит.нет www.erudyt.net

15. $y = 2x^2 + 8x + 3$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору. Координати її вершини: $x_{в.} = -\frac{8}{2 \cdot 2} = -2$; $y_{в.} = y(-2) = 2 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) + 3 = -5$. Область значень функції $y \in [-5; +\infty)$. *Відповідь:* $[-5; +\infty)$.

16. Вектори $\vec{a}(-5; p)$ і $\vec{b}(2p; -10)$ будуть колінеарними, якщо їх відповідні координати пропорційні: $\frac{-5}{2p} = \frac{p}{-10}$; $2p^2 = 50$; $p^2 = 25$. $p_1 = -5$, $p_2 = 5$.

Відповідь: -5; 5.

17. Нехай x км/год — початкова швидкість потяга. Тоді швидкість потяга після затримки — $(x + 10)$ км/год. Відстань на перегоні потяг мав проїхати за $\frac{300}{x}$ год, а збільшивши швидкість проїхав за $\frac{300}{x+10}$ год.

Отримуємо рівняння: $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+10} = 1$. $\frac{300(x+10) - 300x - x(x+10)}{x(x+10)} = 0$.

$\frac{x^2 + 10x - 3000}{x(x+10)} = 0$. $\begin{cases} x_1 = 50; x_2 = -60, \\ x \neq 0; x \neq -10; \end{cases}$ $x_1 = 50$, $x_2 = -60$ — не задовольняє умову. Отже, потяга подолає 300 км за $300 : 50 = 6$ (год). *Відповідь:* 6 год.

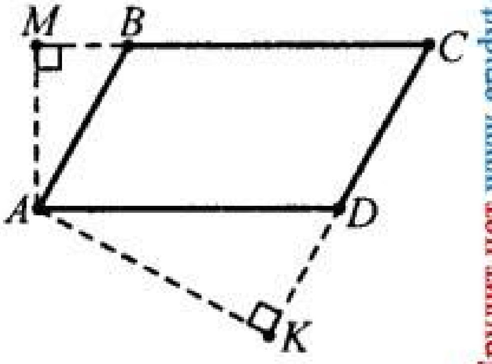
18. $\begin{cases} x + xy - 3y = -3, \\ 2x - xy + y = 2; \end{cases}$ $\begin{cases} x + xy - 3y = -3, \\ 3x - 2y = -1; \end{cases}$

$\begin{cases} x + x \cdot \frac{3x+1}{2} - 3 \cdot \frac{3x+1}{2} = -3, \\ y = \frac{3x+1}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 3x^2 + x - 9x - 3 = -6, \\ y = \frac{3x+1}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x^2 - 6x + 3 = -6, \\ y = \frac{3x+1}{2}; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 = 0, \\ y = 0,5(3x+1); \end{cases}$ $\begin{cases} (x-1)^2 = 0, \\ y = 0,5(3x+1); \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2. \end{cases}$ *В-дь:* (1; 2).

19. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, AM і AK — його висоти, $\angle B : \angle A = 7 : 5$. Нехай $\angle A = 5x$, тоді $\angle B = 7x$. За властивістю кутів паралелограма $7x + 5x = 180°$; $12x = 180°$; $x = 15°$. Отже, $\angle A = \angle C = 5 \cdot 15° = 75°$. З чотирикутника $AMCK$ $\angle MAK = 360° - \angle M - \angle C - \angle K = 360° - 90° - 75° - 90 = 105°$.

Відповідь: 105°.



ВАРІАНТ 4

	А	Б	В	Г
1			X	
2				X
3			X	
4	X			
5				X
6	X			
7		X		
8				X
9			X	
10	X			
11		X		
12		X		

1. На малюнку заштриховано $\frac{3}{7}$ частин смужки. *В-дь:* **В.**

2. 2 кг : 20 кг · 15 кг = 1,5 кг. *Відповідь:* **Г.**

3. Число 5 є коренем рівняння $-6x = -30$, бо $-6 \cdot 5 = -30$. *Відповідь:* **В.**

4. $(m-2t)(m+2t) - m^2 = m^2 - (2t)^2 - m^2 = -4t^2$. *Відповідь:* **А.**

5. $5\sqrt{2} + \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$. *Відповідь:* **Г.**

6. $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-7} = \left(\frac{1}{3}\right)^{4+(-7)} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27$. *Відповідь:* **А.**

7. $x^2 - 16 \le 0$; $(x+4)(x-4) \le 0$; $x \in [-4; 4]$. *Відповідь:* **Б.**

8. Числами, кратними 9 є: 9, 18, 27 — усього 3 числа. $P = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$.

Відповідь: **Г.**

9. $\angle x = 180° - 55° = 125°$. *Відповідь:* **В.**

10. $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$. $\cos\beta = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13}$.

Відповідь: **А.**

11. $x_{ср} = \frac{-1+5}{2} = 2$; $y_{ср} = \frac{3+(-11)}{2} = -4$. $O\,(2; -4)$. *Відповідь:* **Б.**

12. $a = \sqrt{36} = 6$ (см) — сторона квадрата; $r = 6 : 2 = 3$ (см) — радіус кола;
$l = 2\pi \cdot 3 = 6\pi$ (см). *Відповідь:* **Б.**

13. $$\left(\frac{a+5b}{a^2-5ab} - \frac{a-5b}{a^2+5ab}\right) : \frac{10b^2}{25b^2-a^2} = \left(\frac{a+5b}{a(a-5b)} - \frac{a-5b}{a(a+5b)}\right) \cdot \frac{25b^2-a^2}{10b^2} =$$
$$= \frac{(a+5b)^2-(a-5b)^2}{a(a-5b)(a+5b)} \cdot \frac{25b^2-a^2}{10b^2} = -\frac{(a+5b-a+5b)(a+5b+a-5b)}{a(a^2-25b^2)} \cdot \frac{a^2-25b^2}{10b^2} =$$
$$= -\frac{10b \cdot 2a}{10ab^2} = -\frac{2}{b}.$$
Відповідь: $-\frac{2}{b}$.

14. $\frac{25-3x}{2} - \frac{4x+7}{3} < 0 \,\big|\cdot 6$; $3(25-3x) - 2(4x+7) < 0$; $75 - 9x - 8x - 14 < 0$;

$-17x < -61$; $x > \frac{61}{17}$; $x > 3\frac{10}{17}$. Найменшим цілим значенням x є число 4.

Відповідь: 4

Скачано з Ерудит.нет www.erudyt.net

15. $y = 3x^2 + 6x + 2$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору.

Координати її вершини: $x_{в.} = -\frac{6}{2 \cdot 3} = -1$; $y_{в.} = y(-1) = 3 \cdot (-1)^2 + 6 \cdot (-1) + 2 = -1$. Область значень функції $y \in [-1; +\infty)$. *Відповідь:* $[-1; +\infty)$.

16. Вектори $\vec{m}(-8; b)$ і $\vec{n}(2b; -9)$ будуть колінеарними, якщо їх відповідні координати пропорційні: $\frac{-8}{2b} = \frac{b}{-9}$; $2b^2 = 72$; $b^2 = 36$. $b_1 = -6$, $b_2 = 6$.

Відповідь: –6; 6.

17. Нехай x км/год — швидкість, з якою мав їхати потяг. Тоді швидкість потяга після її збільшення — $(x + 5)$ км/год. Відстань на перегоні потяг мав проїхати за $\frac{450}{x}$ год, а після збільшення швидкості – проїхав за $\frac{450}{x+5}$ год.

Отримуємо рівняння: $\frac{450}{x} - \frac{450}{x+5} = 1$. $\frac{450(x+5) - 450x - x(x+5)}{x(x+5)} = 0$.

$\frac{x^2 + 5x - 2250}{x(x+5)} = 0$. $\begin{cases} x_1 = 45; x_2 = -50, \\ x \neq 0; x \neq -5; \end{cases}$ $x_1 = 45$, $x_2 = -50$ — не задовольняє умову задачі. Отже, швидкість, з якою мав їхати потяг, 45 км/год.

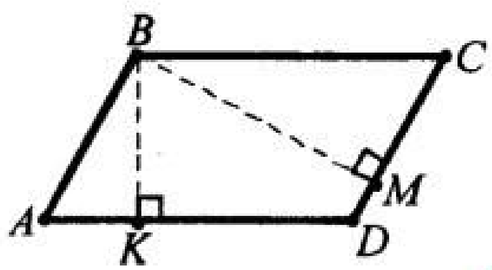
Відповідь: 45 км/год.

18. $\begin{cases} y - xy + 3x = -3, \\ 2y + xy - x = 2; \end{cases}$ $\begin{cases} y - xy + 3x = -3, \\ 3y + 2x = -1; \end{cases}$ $\begin{cases} y - xy + 3x = -3, \\ x = \frac{-3y-1}{2}; \end{cases}$

$\begin{cases} y - \frac{-3y-1}{2} \cdot y + 3 \cdot \frac{-3y-1}{2} = -3, \\ x = \frac{-3y-1}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} 2y + y(3y+1) - (9y+3) + 6 = 0, \\ x = -0,5(3y+1); \end{cases}$

$\begin{cases} 3y^2 - 6y + 3 = 0, \\ x = -0,5(3y+1); \end{cases}$ $\begin{cases} y^2 - 2y + 1 = 0, \\ x = -0,5(3y+1); \end{cases}$ $\begin{cases} y = 1, \\ x = -2; \end{cases}$ *Відповідь:* (–2; 1).

19. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, BK і BM — його висоти, $\angle B : \angle A = 11 : 7$. Нехай $\angle A = 7x$, тоді $\angle B = 11x$. За властивістю кутів паралелограма $7x + 11x = 180°$; $18x = 180°$; $x = 10°$. Отже, $\angle B = \angle D = 11 \cdot 10° = 110°$. $\angle ABM = 90°$ ($AK \perp DC$, $DC \parallel AB$). $\angle MBC = \angle ABC - \angle ABM = 110° - 90° = 20°$. $\angle KBC = 90°$ ($AM \perp BC$, $BC \parallel AD$). Отже, кут між висотами дорівнює: $\angle KBM = \angle KBC - \angle MBC = 90° - 20° = 70°$.



Відповідь: 70°.

ВАРІАНТ 5

	А	Б	В	Г
1		X		
2				X
3	X			
4			X	
5		X		
6				X
7				X
8	X			
9		X		
10	X			
11				X
12			X	

1. Коренем рівняння $2x - 3 = 5$ є число 4, бо $2 \cdot 4 - 3 = 5$. *Відповідь:* **Б**.

2. $S = 72 \cdot \frac{3}{4} = \frac{72 \cdot 3}{4} = 54$ (км). *Відповідь:* **Г**.

3. $(x - 2y)^2 = x^2 - 2x \cdot (2y) + (2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$. *Відповідь:* **А**.

4. Пряма $3y - 5x = -1$ проходить через точку (2; 3), бо $3 \cdot 3 - 5 \cdot 2 = -1$. *Відповідь:* **В**.

5. $\frac{\sqrt{15} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3 \cdot 5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{3}} = 5$. *Відповідь:* **Б**.

6. $\left(-\frac{5m^2c}{4b^5}\right)^3 = -\frac{125m^6c^3}{64b^{15}}$. *Відповідь:* **Г**.

7. $b_3 = b_1 \cdot q^2$; $28 = b_1 \cdot (-2)^2$; $28 = 4b_1$; $b_1 = 7$. *Відповідь:* **Г**.

8. Розв'язком нерівності $-x^2 - 4x - 3 < 0$ проміжок $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$. *Відповідь:* А.

9. $BM = MN - BN = 6 - 2 = 4$ (см). *Відповідь:* **Б**.

10. $\angle A = 25° \cdot 2 = 50°$ — менший кут ромба; $\angle B = 180° - 50° = 130°$ — більший кут ромба. *Відповідь:* **А**.

11. $S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 \cdot \sin 45° = 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2}$ (см^2). *Відповідь:* **Г**.

12. $\overrightarrow{AB} \cdot 5 \cdot 12 \cdot \sin 45° = 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2}$ $\pi r^2 = 16\pi$; $r^2 = 16$; $r = 4$ (см) — радіус круга; $a = 2 \cdot 4 = 8$ (см) — сторона квадрата. *Відповідь:* **В**.

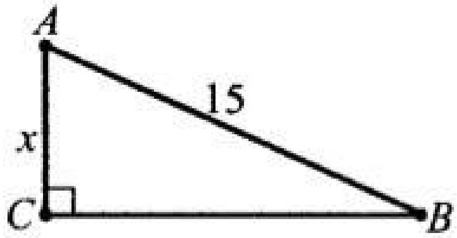
13. $\frac{x-3}{xy-x^2} - \frac{3-y}{xy-y^2} = \frac{x-3}{x(y-x)} + \frac{3-y}{y(y-x)} = \frac{xy-3y+3x-xy}{xy(y-x)} = \frac{-3(y-x)}{xy(y-x)} = -\frac{3}{xy}$.

Відповідь: $-\frac{3}{xy}$.

14. Оскільки $x_1 + x_2 = -4$ і $x_1 = -6$, то: $-6 + x_2 = -4$; $x_2 = -4 + 6$; $x_2 = 2$. Тоді $q = x_1 \cdot x_2 = -6 \cdot 2 = -12$. *Відповідь:* -12; 2.

15. $\begin{cases} 4x + xy = 6, \,|\cdot 5 \\ 3x - 5xy = 39; \end{cases}$ $\begin{cases} 20x + 5xy = 30, \\ 3x - 5xy = 39; \end{cases}$ $\begin{cases} 23x = 69, \\ 3x - 5xy = 39; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3, \\ 9 - 15y = 39; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3, \\ 15y = -30; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3, \\ y = -2. \end{cases}$ *Відповідь:* (3; −2).



16. Нехай $CA = x$. Тоді $CB = x\,\text{tg}\,\angle A = 0{,}75x = \frac{3}{4}x$.

З теореми Піфагора маємо: $x^2 + \frac{9}{16}x^2 = 15^2$;

$\frac{25}{16}x^2 = 15^2$; $\frac{5}{4}x = 15$; $x = 12$.

Отже, $CA = x = 12$ (см),

$CB = \frac{3}{4} \cdot 12 = 9$ (см). Тоді $P = 12 + 9 + 15 = 36$ (см). *Відповідь:* 36 см.

17. Нехай x км/год — власна швидкість катера. Тоді швидкість катера за течією — $(x + 2)$ км/год, а проти течії — $(x - 2)$ км/год, час за течією $\frac{40}{x+2}$ год, а проти течії $\frac{16}{x-2}$ год. Отримуємо рівняння: $\frac{40}{x+2} + \frac{16}{x-2} = 3$;

$\frac{40(x-2)+16(x+2)-3(x-2)(x+2)}{(x+2)(x-2)} = 0$; $\frac{40x-80+16x+32-3x^2+12}{(x+2)(x-2)} = 0$;

$\frac{3x^2-56x+36}{(x+2)(x-2)} = 0$; $\frac{(3x-2)(x-18)}{(x+2)(x-2)} = 0$; $\begin{cases} x_1 = 18;\ x_2 = \frac{2}{3}, \\ x \neq 0;\ x \neq -5; \end{cases}$ $x_1 = 18$; $x_2 = \frac{2}{3}$ —

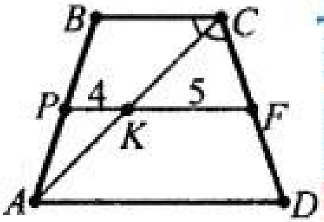
не задовольняє умову задачі (оскільки $x_2 < 2$). Отже, швидкість катера 18 км/год. *Відповідь:* 18 км/год.

18. $y = \sqrt{x^2 - 3x - 10} - \frac{5}{x^2 - 9}$. ОДЗ: $\begin{cases} x^2 - 3x - 10 \geq 0, \\ x^2 - 9 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} (x-5)(x+2) \geq 0, \\ x^2 \neq 9; \end{cases}$

$\begin{cases} x \in (-\infty; -2] \cup [5; +\infty), \\ x \neq \pm 3; \end{cases}$ $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; -2] \cup [5; +\infty)$

Відповідь: $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; -2] \cup [5; +\infty)$.

19. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD \parallel BC$), AC — діагональ, PF — середня лінія, $PK = 4$ см, $KF = 5$ см. PK — середня лінія ΔBAC, тому $BC = 2 \cdot 4 = 8$ (см). Аналогічно з ΔACD $AD = 2 \cdot 5 = 10$ (см). За умовою, $\angle BCA = \angle ACD$. $\angle CAD = \angle BCA$ ($BC \parallel AD$, AC — січна). Тому $\angle CAD = \angle ACD$. Отже, ΔACD рівнобедрений і $CD = AD = 10$ см.



$P_{ABCD} = BC + AD + 2CD = 8 + 10 + 2 \cdot 10 = 38$ (см).

Відповідь: 38 см.

ВАРІАНТ 6

	А	Б	В	Г
1			X	
2	X			
3		X		
4				X
5			X	
6	X			
7		X		
8			X	
9				X
10			X	
11	X			
12		X		

1. Коренем рівняння $3x - 4 = 11$ є число 5, бо $3 \cdot 5 - 4 = 11$. *Відповідь:* **В**.

2. $S = 78 \cdot \frac{2}{3} = \frac{78 \cdot 2}{3} = 52$ (км). *Відповідь:* **А**.

3. $(m + 3y)^2 = m^2 + 2m \cdot (3y) + (3y)^2 = m^2 + 6my + 9y^2$. *Відповідь:* **Б**.

4. Пряма $2y - 7x = -1$ проходить через точку $(3; 10)$, бо $2 \cdot 10 - 7 \cdot 3 = -1$. *Відповідь:* **Г**.

5. $\frac{\sqrt{35} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5 \cdot 7} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{5}} = 7$. *Відповідь:* **В**.

6. $\left(-\frac{2ab^3}{3c^8}\right)^5 = -\frac{32a^5b^{15}}{243c^{40}}$. *Відповідь:* **А**.

7. $b_3 = b_1 \cdot q^2$; $36 = b_1 \cdot (-3)^2$; $36 = 9b_1$; $b_1 = 4$. *Відповідь:* **Б**.

8. Розв'язком нерівності $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ є проміжок $x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. *В-дь:* **В**.

9. $BC = BA + AC = 5 + 2 = 7$ (см). *Відповідь:* **Г**.

10. $\angle A = 55° \cdot 2 = 110°$ — більший кут ромба; $\angle B = 180° - 110° = 70°$ — менший кут ромба. *Відповідь:* **В**.

11. $S = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \cdot \sin 60° = 28 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}$ (см^2). *Відповідь:* **А**.

12. $\vec{a}(x; -4) \cdot \vec{b}(2; -8) = 0$; $x \cdot 2 + (-4) \cdot (-8) = 0$; $2x = -32$; $x = -16$. *Відповідь:* **Б**.

13. $\frac{a-5}{ab-a^2} - \frac{5-b}{ab-b^2} = \frac{a-5}{a(b-a)} + \frac{5-b}{b(b-a)} = \frac{ab-5b+5a-ab}{ab(b-a)} = \frac{-5(b-a)}{ab(b-a)} = -\frac{5}{ab}$.

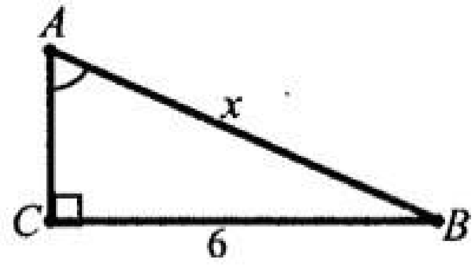
Відповідь: $-\frac{5}{ab}$.

14. Оскільки $x_1 \cdot x_2 = 12$ і $x_1 = -2$, то: $-2x_2 = 12$; $x_2 = -6$.
Тоді $p = -(x_1 + x_2) = -(-2 + (-6)) = 8$. *Відповідь:* 8; –6.

15. $\begin{cases} 2x + xy = -2, \mid \cdot 3 \\ 5x - 3xy = 28; \end{cases}$ $\begin{cases} 6x + 3xy = -6, \\ 5x - 3xy = 28; \end{cases}$ $\begin{cases} 11x = 22, \\ 5x - 3xy = 28; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2, \\ 10 - 6y = 28; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2, \\ -6y = 18; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2, \\ y = -3. \end{cases}$ *Відповідь:* (2; –3).

16. Нехай $AB = x$, тоді $AC = x\cos\angle A = 0,8x = \frac{4}{5}x$.



За наслідком з теореми Піфагора маємо:

$x^2 - \frac{16}{25}x^2 = 6^2$; $\frac{9}{25}x^2 = 6^2$; $\frac{3}{5}x = 6$; $x = 10$. Отже, $AB = x = 10$ (см), $AC = \frac{4}{5}\cdot 10 = 8$ (см). Тоді $P = 6 + 10 + 8 = 24$ (см).

Відповідь: 24 см.

17. Нехай x км/год — власна швидкість човна. Тоді швидкість човна за течією дорівнює $(x + 3)$ км/год, а проти течії — $(x - 3)$ км/год, час за течією $\frac{45}{x+3}$ год, а проти течії $\frac{45}{x-3}$ год.

Отримуємо рівняння: $\frac{45}{x+3} + \frac{45}{x-3} = 8$. $\frac{45(x-3+x+3) - 8(x-3)(x+3)}{(x+3)(x-3)} = 0$;

$\frac{-8x^2 + 90x + 72}{(x+3)(x-3)} = 0$; $\frac{-2(4x+3)(x-12)}{(x+3)(x-3)} = 0$; $\begin{cases} x_1 = 12; x_2 = -\frac{3}{4}, \\ x \neq \pm 3; \end{cases}$ $x_1 = 12$;

$x_2 = -\frac{3}{4}$ — не задовольняє умову задачі (оскільки $x_2 < 3$). Отже, швидкість човна 12 км/год.

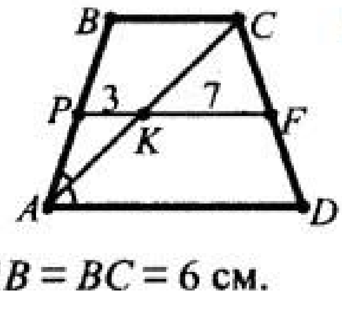
Відповідь: 12 км/год.

18. $y = \frac{7}{x^2 - 16} + \sqrt{x^2 + 3x - 10}$. ОДЗ: $\begin{cases} x^2 + 3x - 10 \geq 0, \\ x^2 - 16 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} (x+5)(x-2) \geq 0, \\ x^2 \neq 16; \end{cases}$

$\begin{cases} x \in (-\infty; -5] \cup [2; +\infty), \\ x \neq \pm 4; \end{cases}$ $x \in (-\infty; -5] \cup [2; 4) \cup (4; +\infty)$

Відповідь: $x \in (-\infty; -5] \cup [2; 4) \cup (4; +\infty)$.

19. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD \parallel BC$), AC — діагональ, PF — середня лінія, $PK = 3$ см, $KF = 7$ см.



PK — середня лінія ΔBAC, тому $BC = 2 \cdot 3 = 6$ (см).
Аналогічно з ΔACD $AD = 2 \cdot 7 = 14$ (см). За умовою, $\angle BAC = \angle CAD$. $\angle BCA = \angle CAD$ ($BC \parallel AD$, AC — січна).
Тому $\angle BCA = \angle BAC$. Отже, ΔABC — рівнобедрений і $AB = BC = 6$ см.
$P_{ABCD} = BC + AD + 2AB = 6 + 14 + 2 \cdot 6 = 32$ (см).

Відповідь: 32 см.

Скачано з Ерудит.нет www.erudyt.net

ВАРІАНТ 7

	А	Б	В	Г
1	X			
2		X		
3			X	
4	X			
5				X
6		X		
7			X	
8				X
9				X
10		X		
11			X	
12				X

1. Коренем рівняння $2x - 5 = 7$ є число 6, бо $2 \cdot 6 - 5 = 7$. *Відповідь:* **А**.

2. $S = 75 \cdot \frac{3}{5} = \frac{75 \cdot 3}{5} = 45$ (км). *Відповідь:* **Б**.

3. $(2b + c)^2 = (2b)^2 + 2 \cdot (2b) \cdot c + c^2 = 4b^2 + 4bc + c^2$. *Відповідь:* **В**.

4. Пряма $5y - 4x = -1$ проходить через точку (4; 3), бо $5 \cdot 3 - 4 \cdot 4 = -1$. *Відповідь:* **А**.

5. $\frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7 \cdot 3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3$. *Відповідь:* **Г**.

6. $\left(-\frac{4ab^5}{5d^4}\right)^3 = -\frac{64a^3b^{15}}{125d^{12}}$. *Відповідь:* **Б**.

7. $b_3 = b_1 \cdot q^2$; $48 = b_1 \cdot (-4)^2$; $48 = 16b_1$; $b_1 = 3$. *Відповідь:* **В**.

8. Розв'язком нерівності $-x^2 + 2x + 3 > 0$ є проміжок $x \in (-1; 3)$. *Відповідь:* **Г**.

9. $AC = AB - BC = 12 - 3 = 9$ (см). *Відповідь:* **Г**.

10. $\angle A = 180° - 70° = 110°$ — більший кут ромба; $\angle A : 2 = 110° : 2 = 55°$ — кут між меншою діагоналлю і стороною ромба. *Відповідь:* **Б**.

11. $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 16 \cdot \sin 60° = 24 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$ (см^2). *Відповідь:* **В**.

12. $\vec{a}(6; y) \cdot \vec{b}(3; -2) = 0$; $6 \cdot 3 + y \cdot (-2) = 0$; $-2y = -18$; $y = 9$. *Відповідь:* **Г**.

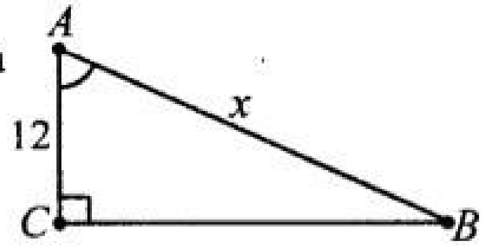
13. $$\frac{m-7}{pm-m^2} - \frac{7-p}{pm-p^2} = \frac{m-7}{m(p-m)} + \frac{7-p}{p(p-m)} = \frac{pm - 7p + 7m - pm}{pm(p-m)} =$$
$$= \frac{-7(p-m)}{pm(p-m)} = -\frac{7}{pm}.$$
Відповідь: $-\frac{7}{pm}$.

14. Оскільки $x_1 + x_2 = 8$ і $x_1 = 5$, то: $5 + x_2 = 8$; $x_2 = 3$.
Тоді $q = x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 3 = 15$. *Відповідь:* 15; 3.

15. $$\begin{cases} 3x + xy = -16, \ | \cdot 4 \\ 7x - 4xy = 26; \end{cases} \begin{cases} 12x + 4xy = -64, \\ 7x - 4xy = 26; \end{cases} \begin{cases} 19x = -38, \\ 7x - 4xy = 26; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ -14 + 8y = 26; \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = -2, \\ 8y = 40; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ y = 5. \end{cases}$$
Відповідь: (–2; 5).

Скачано з Ерудит.нет www.erudyt.net

16. Нехай $AB = x$, тоді $BC = x\sin\angle A = 0{,}8x = \frac{4}{5}x$. За наслідком з теореми Піфагора маємо:



$x^2 - \frac{16}{25}x^2 = 12^2$; $\frac{9}{25}x^2 = 12^2$ $\frac{3}{5}x = 12$; $x = 20$.

Отже, $AB = 20$ (см), $BC = \frac{4}{5} \cdot 20 = 16$ (см).

Тоді $P = 12 + 20 + 16 = 48$ (см). *Відповідь:* 48 см.

17. Нехай x км/год — власна швидкість човна. Тоді швидкість човна за течією дорівнює $(x + 3)$ км/год, а проти течії — $(x - 3)$ км/год, час за течією $\frac{48}{x+3}$ год, а проти течії $\frac{18}{x-3}$ год. Отримуємо рівняння: $\frac{48}{x+3} + \frac{18}{x-3} = 3$;

$\frac{16}{x+3} + \frac{6}{x-3} = 1$; $\frac{16(x-3)+6(x+3)-(x-3)(x+3)}{(x+3)(x-3)} = 0$; $\frac{-x^2+22x-21}{(x+3)(x-3)} = 0$;

$\frac{x^2-22x+21}{(x+3)(x-3)} = 0$; $\begin{cases} x_1 = 21;\ x_2 = 1, \\ x \neq \pm 3; \end{cases}$ $x_1 = 21$, $x_2 = 1$ — не задовольняє умову задачі (оскільки $x_2 < 3$). Отже, швидкість човна 21 км/год.

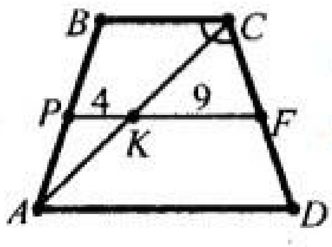
Відповідь: 21 км/год.

18. $y = \frac{7}{9-x^2} - \sqrt{x^2+4x-12}$. ОДЗ: $\begin{cases} x^2+4x-12 \geq 0, \\ 9-x^2 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} (x+6)(x-2) \geq 0, \\ x^2 \neq 9; \end{cases}$

$\begin{cases} x \in (-\infty; -6] \cup [2; +\infty), \\ x \neq \pm 3; \end{cases}$ $x \in (-\infty; -6] \cup [2; 3) \cup (3; +\infty)$

Відповідь: $x \in (-\infty; -6] \cup [2; 3) \cup (3; +\infty)$.

19. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD \| BC$, $AB = DC$), AC — діагональ, PF — середня лінія, $PK = 4$ см, $KF = 9$ см. PK — середня лінія ΔBAC, тому $BC = 2 \cdot 4 = 8$ (см). Аналогічно з ΔACD $AD = 2 \cdot 9 = 18$ (см). За умовою, $\angle BCA = \angle ACD$.



$\angle CAD = \angle BCA$ ($BC \| AD$, AC — січна). Тому $\angle CAD = \angle ACD$. Отже, ΔACD — рівнобедрений і $CD = AD = 18$ см.

$P_{ABCD} = BC + AD + 2CD = 8 + 18 + 2 \cdot 18 = 62$ (см).

Відповідь: 62 см.

ВАРІАНТ 8

	А	Б	В	Г
1				X
2			X	
3				X
4		X		
5	X			
6			X	
7		X		
8	X			
9			X	
10				X
11	X			
12		X		

1. Коренем рівняння $3x - 5 = 13$ є число 6, бо $3 \cdot 6 - 5 = 11$. *Відповідь:* **Г**.

2. $S = 84 \cdot \frac{3}{7} = \frac{84 \cdot 3}{7} = 36$ (км). *Відповідь:* **В**.

3. $(3b - x)^2 = (3b)^2 - 2 \cdot (3b) \cdot x + x^2 = 9b^2 - 6bx + x^2$. *Відповідь:* **Г**.

4. Пряма $2y - 5x = -1$ проходить через точку (3; 7), бо $2 \cdot 7 - 5 \cdot 3 = -1$. *Відповідь:* **Б**.

5. $\frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3 \cdot 7} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{3}} = 7$. *Відповідь:* **А**.

6. $\left(-\frac{3x^2y}{2t^7}\right)^3 = -\frac{27x^6y^3}{8t^{21}}$. *Відповідь:* **В**.

7. $b_3 = b_1 \cdot q^2$; $24 = b_1 \cdot (-2)^2$; $24 = 4b_1$; $b_1 = 6$. *Відповідь:* **Б**.

8. Розв'язком нерівності $x^2 - 4x + 3 \le 0$ є проміжок $x \in [1; 3]$. *Відповідь:* **А**.

9. $AB = AK + KB = 5 + 3 = 8$ (см). *Відповідь:* **В**.

10. $\angle A = 180° - 130° = 50°$ — менший кут ромба; $\angle A : 2 = 50° : 2 = 25°$ — кут між більшою діагоналлю і стороною ромба. *Відповідь:* **Г**.

11. $S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \sin 45° = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$ (см^2). *Відповідь:* **А**.

12. $\vec{a}(-2;6) \cdot \vec{b}(x;3) = 0$; $-2x + 6 \cdot 3 = 0$; $-2x = -18$; $x = 9$. *Відповідь:* **Б**.

13. $$\frac{b-4}{bc-b^2} - \frac{4-c}{bc-c^2} = \frac{b-4}{b(c-b)} + \frac{4-c}{c(c-b)} = \frac{bc-4c+4b-bc}{bc(c-b)} = \frac{-4(c-b)}{bc(c-b)} = -\frac{4}{bc}.$$

Відповідь: $-\frac{4}{bc}$.

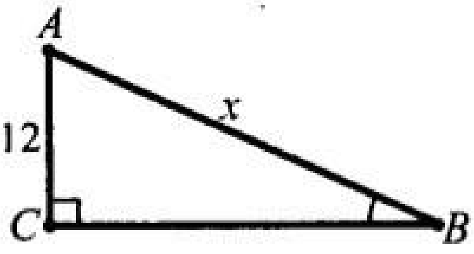
14. Оскільки $x_1 \cdot x_2 = -15$ і $x_1 = 3$, то: $3x_2 = -15$; $x_2 = -5$. Тоді $p = -(x_1 + x_2) = -(3 + (-5)) = 2$. *Відповідь:* 2; –5.

15. $$\begin{cases} 2y + xy = -4, \;\Big|\cdot 4 \\ 5y - 4xy = 68; \end{cases} \begin{cases} 8y + 4xy = -16, \\ 5y - 4xy = 68; \end{cases} \begin{cases} 13y = 52, \\ 5y - 4xy = 68; \end{cases} \begin{cases} y = 4, \\ 20 - 16x = 68; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4, \\ -16x = 48; \end{cases} \begin{cases} y = 4, \\ x = -3. \end{cases}$$

Відповідь: (–3; 4).

16. Нехай $AB = x$, тоді $CB = x\cos\angle B = 0{,}6x = \frac{3}{5}x$.



За наслідком з теореми Піфагора маємо:

$x^2 - \frac{9}{25}x^2 = 12^2$; $\frac{16}{25}x^2 = 12^2$; $\frac{4}{5}x = 12$; $x = 15$.

Отже, $AB = 15$ (см), $CB = \frac{3}{5}\cdot 15 = 9$ (см).

Тоді $P = 12 + 15 + 9 = 36$ (см). *Відповідь:* 36 см.

17. Нехай x км/год — власна швидкість катера, тоді швидкість катера за течією дорівнює $(x + 3)$ км/год, а проти течії — $(x - 3)$ км/год, час за течією $\frac{36}{x+3}$ год, а проти течії $\frac{36}{x-3}$ год.

Отримуємо рівняння: $\frac{36}{x+3}+\frac{36}{x-3}=5$. $\frac{36(x-3+x+3)-5(x-3)(x+3)}{(x+3)(x-3)}=0$;

$\frac{-5x^2+72x+45}{(x+3)(x-3)}=0$; $\frac{-(5x+3)(x-15)}{(x+3)(x-3)}=0$; $\begin{cases} x_1 = 15; x_2 = -0{,}6, \\ x \neq \pm 3; \end{cases}$ $x_1 = 15$;

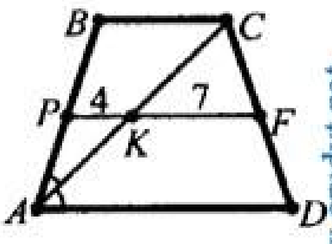
$x_2 = -0{,}6$ — не задовольняє умову задачі (оскільки $x_2 < 0$). Отже, швидкість човна 15 км/год. *Відповідь:* 15 км/год.

18. $y = \sqrt{x^2-4x-5}+\frac{7}{4-x^2}$. ОДЗ: $\begin{cases} x^2-4x-5 \geq 0, \\ 4-x^2 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} (x+1)(x-5) \geq 0, \\ x^2 \neq 4; \end{cases}$

$\begin{cases} x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty), \\ x \neq \pm 2; \end{cases}$ $x \in (-\infty;-2)\cup(-2;-1]\cup[5;+\infty)$.

Відповідь: $x \in (-\infty;-2)\cup(-2;-1]\cup[5;+\infty)$.

19. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD \| BC$, $AB = DC$), AC — діагональ, PF — середня лінія, $PK = 4$ см, $KF = 7$ см. PK — середня лінія ΔBAC, тому $BC = 2 \cdot 4 = 8$ (см). Аналогічно з ΔACD $AD = 2 \cdot 7 = 14$ (см). За умовою, $\angle BAC = \angle CAD$. $\angle BCA = \angle CAD$ ($BC \| AD$, AC — січна). Тому $\angle BCA = \angle BAC$. Отже, ΔABC — рівнобедрений і $AB = BC = 8$ см.



$P_{ABCD} = BC + AD + 2AB = 8 + 14 + 2 \cdot 8 = 38$ (см).

Відповідь: 38 см

Скачано з Ерудит.нет www.erudyt.net

ВАРІАНТ 9

	А	Б	В	Г
1				X
2		X		
3			X	
4				X
5	X			
6			X	
7	X			
8		X		
9	X			
10			X	
11				X
12		X		

1. $\frac{2^{\backslash 3}}{5} = \frac{6}{15}$. *Відповідь:* **Г.**

2. $15\% = 0{,}15$; $30 \cdot 0{,}15 = 4{,}5$ (кг). *Відповідь:* **Б.**

3. $2a(3b - a) = 6ab - 2a^2$. *Відповідь:* **В.**

4. $x = 0$; $y = 4 \cdot 0 - 12 = -12$; $A(0; -12)$. *Відповідь:* **Г.**

5. Якщо $x = 8$, то $\sqrt{17 - x} = \sqrt{17 - 8} = \sqrt{9} = 3$. *Відповідь:* **А.**

6. $\frac{x^2 - 25}{5 - x} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 25 = 0, \\ 5 - x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pm 5, \\ x \neq 5; \end{cases}$ $x = -5$. *Відповідь:* **В.**

7. $x^2 + 2x - 3 > 0$; $(x + 3)(x - 1) > 0$; $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.
Відповідь: **А.**

8. $a_3 = a_1 + 2d$; $4 = -2 + 2d$; $2d = 6$; $d = 3$. *Відповідь:* **Б.**

9. $d = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ (см). *Відповідь:* **А.**

10. $\angle AOC = 2\angle KOC = 2 \cdot 80° = 160°$; $\angle COB = 180° - 160° = 20°$. *Відповідь:* **В.**

11. $S = 6^2 \cdot \sin 45° = 36 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 18\sqrt{2}$ (см^2). *Відповідь:* **Г.**

12. $24 - 2 \cdot 5 = 14$ (см) — сума основ трапеції;
$14 : 2 = 7$ (см) — середня лінія трапеції. *Відповідь:* **Б.**

13. $$\left(\frac{a+5b}{a^2-5ab} - \frac{a-5b}{a^2+5ab}\right) \cdot \frac{25b^2-a^2}{5b^2} = \left(\frac{a+5b}{a(a-5b)} - \frac{a-5b}{a(a+5b)}\right) \cdot \frac{25b^2-a^2}{5b^2} =$$
$$= \frac{(a+5b)^2 - (a-5b)^2}{a(a-5b)(a+5b)} \cdot \frac{25b^2-a^2}{5b^2} = -\frac{(a+5b-a+5b)(a+5b+a-5b)}{a(a^2-25b^2)} \cdot \frac{a^2-25b^2}{5b^2}$$
$$=$$
$$= -\frac{10b \cdot 2a}{5ab^2} = -\frac{4}{b}.$$
Відповідь: $-\frac{4}{b}$.

14. $(3x + 2)^2 + (4x - 3)^2 \le (5x - 1)^2$.
$9x^2 + 12x + 4 + 16x^2 - 24x + 9 \le 25x^2 - 10x + 1$; $-2x \le -12$; $x \ge 6$; $x \in [6; +\infty)$.
Відповідь: $[6; +\infty)$.

15. $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 1$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору. Абсциса вершини параболи $x_в = -(-4) : \left(2 \cdot \frac{1}{2}\right) = 4$. Функція зростає, якщо $x \in [4; +\infty)$. *Відповідь:* $[4; +\infty)$.

16. Нехай ABC — заданий трикутник,
$AC = 7$ см, $\angle B = 120°$, $BC - AB = 2$ см.
Позначимо $AB = x$ см, тоді
$BC = (x + 2)$ см. За теоремою косинусів

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos\angle B$; $7^2 = x^2 + (x+2)^2 - 2x(x+2) \cdot \cos 120°$;
$49 = x^2 + x^2 + 4x + 4 - 2x(x+2) \cdot (-0{,}5)$; $49 = 3x^2 + 6x + 4$; $x^2 + 2x - 15 = 0$;
$x_1 = -5$ — не підходить, $x_2 = 3$. Отже, $AB = x = 3$ (см),
$BC = x + 2 = 3 + 2 = 5$ (см).
$P_{ABC} = AB + BC + AC = 3 + 5 + 7 = 15$ (см). *Відповідь:* 15 см.

17. Нехай x — кількість використаних вантажівок. Тоді на кожну з них навантажили $\frac{60}{x}$ т вантажу. Було замовлено $x + 2$ вантажівки, на які повинні були завантажити по $\frac{60}{x+2}$ т. Отримуємо рівняння:

$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+2} = 1$; $\frac{60(x+2) - 60x - x(x+2)}{x(x+2)} = 0$; $\frac{120 - x^2 - 2x}{x(x+2)} = 0$;

$\begin{cases} x^2 + 2x - 120 = 0, \\ x \neq 0; x \neq -2; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 10; x_2 = -12, \\ x \neq 0; x \neq -2; \end{cases}$ $x_1 = 10$; $x_2 = -12$. x_2 — не задовольняє умову задачі (оскільки $x_2 < 0$). Отже, використали 10 вантажівок.

Відповідь: 10 вантажівок.

18. $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2}, \\ x + y = 6. \end{cases}$ ОДЗ: $x \neq 0$; $y \neq 0$. Нехай $z = \frac{x}{y}$ $(z \neq 0)$. Розв'яжемо перше рівняння системи: $z + \frac{1}{z} = \frac{5}{2}$; $2z^2 - 5z + 2 = 0$; $z_1 = 2$; $z_2 = 0{,}5$. Повернемося до заміни: 1) $\frac{x}{y} = 2$; $x = 2y$; 1) $\begin{cases} x = 2y, \\ x + y = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2y, \\ 2y + y = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2y, \\ 3y = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4, \\ y = 2. \end{cases}$

2) $\frac{x}{y} = 0{,}5$; $x = 0{,}5y$. $\begin{cases} x = 0{,}5y, \\ x + y = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0{,}5y, \\ 0{,}5y + y = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0{,}5y, \\ 1{,}5y = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2, \\ y = 4. \end{cases}$

Відповідь: (2; 4), (4; 2).

19. Знайдемо координати середин діагоналей AC і BD чотирикутника $ABCD$. Для діагоналі AC маємо: $x_{ср.} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2}$; $y_{ср.} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$; $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Для діагоналі BD: $x_{ср.} = \frac{2 + (-1)}{2} = \frac{1}{2}$; $y_{ср.} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2}$; $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Середини обох діагоналей збігаються. Отже, чотирикутник $ABCD$ — паралелограм. Знайдемо довжини цих діагоналей: $AC = \sqrt{(3+2)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{34}$;

$BD = \sqrt{(2+1)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{34}$. Отже, $AC = BD$. Паралелограм з рівними діагоналями є прямокутником. Тоді $ABCD$ — прямокутник.

ВАРІАНТ 10

	А	Б	В	Г
1			X	
2				X
3		X		
4	X			
5		X		
6	X			
7		X		
8		X		
9			X	
10		X		
11	X			
12			X	

1. $\frac{4^{\backslash 3}}{7} = \frac{12}{21}$. *Відповідь:* **В.**

2. $25\% = 0{,}25$; $50 \cdot 0{,}25 = 12{,}5$ (кг). *Відповідь:* **Г.**

3. $4m(2p + m) = 8mp + 4m^2$. *Відповідь:* **Б.**

4. $x = 0$; $y = 3 \cdot 0 - 15 = -15$; $A(0; -15)$. *Відповідь:* **А.**

5. Якщо $a = -10$, то $\sqrt{26+a} = \sqrt{26+(-10)} = \sqrt{16} = 4$.

Відповідь: **Б.**

6. $\frac{36-x^2}{x-6} = 0$; $\frac{x^2-36}{x-6} = 0$; $\begin{cases} x^2-36=0, \\ x-6 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pm 6, \\ x \neq 6; \end{cases}$ $x = -6$. *В-дь:* **А.**

7. $x^2 - 3x - 4 \le 0$; $(x+1)(x-4) \le 0$; $x \in [-1; 4]$. *В-дь:* **Б.**

8. $a_4 = a_2 + 2d$; $a_4 = 5 + 2 \cdot (-3) = -1$. *Відповідь:* **Б.**

9. $AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$ (см). *Відповідь:* **В.**

10. $\angle COM = 180° - \angle MOD = 180° - 50° = 130°$;
$\angle KOC = \angle COM : 2 = 130° : 2 = 65°$. *Відповідь:* **Б.**

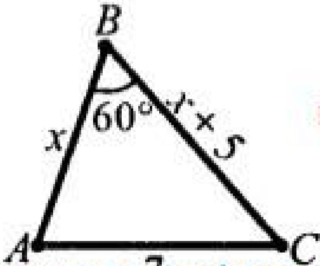
11. $S = 6^2 \cdot \sin 120° = 36 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$ (см^2). *Відповідь:* **А.**

12. $2 \cdot 10 = 20$ (см) — сума основ; $20 + 2 \cdot 6 = 32$ (см) — периметр. *В-дь:* **В.**

13. $$\left(\frac{x+3y}{x^2-3xy} - \frac{x-3y}{x^2+3xy}\right) \cdot \frac{9y^2-x^2}{2y^2} = \left(\frac{x+3y}{x(x-3y)} - \frac{x-3y}{x(x+3y)}\right) \cdot \frac{9y^2-x^2}{2y^2} =$$
$$= \frac{(x+3y)^2-(x-3y)^2}{x(x-3y)(x+3y)} \cdot \frac{9y^2-x^2}{2y^2} = -\frac{(x+3y-x+3y)(x+3y+x-3y)}{x(x^2-9y^2)} \cdot \frac{x^2-9y^2}{2y^2} =$$
$$= -\frac{6y \cdot 2x}{2xy^2} = -\frac{6}{y}.$$ *Відповідь:* $-\frac{6}{y}$.

14. $(3x-1)^2 + (4x+3)^2 \le (5x+2)^2$. $9x^2 - 6x + 1 + 16x^2 + 24x + 9 \le 25x^2 + 20x + 4$;
$-2x \le -6$; $x \ge 3$; $x \in [3; +\infty)$. *Відповідь:* $[3; +\infty)$.

15. $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вниз. Абсциса вершини параболи $x_в = -\frac{-2}{2 \cdot (-0{,}5)} = -2$. Функція зростає, якщо $x \in (-\infty; -2]$. *Відповідь:* $(-\infty; -2]$.



16. Нехай ABC — заданий трикутник, $AC = 7$ см, $\angle B = 60°$, $BC - AB = 5$ см. Позначимо $AB = x$ см, тоді $BC = (x + 5)$ см. За теоремою косинусів $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos\angle B$; $7^2 = x^2 + (x+5)^2 -$
$- 2x(x+5) \cdot \cos 60°$; $49 = x^2 + x^2 + 10x + 25 -$

$- 2x(x+5)\cdot\frac{1}{2}$; $x^2+5x-24=0$; $x_1=-8$ — не підходить, $x_2=3$. Отже,
$AB=x=3$ (см), $BC=x+5=3+5=8$ (см).
$P_{ABC}=AB+BC+AC=3+8+7=18$ (см). *Відповідь:* 18 см.

17. Нехай перша бригада щодня ремонтувала x м дороги, тоді вона виконала всю роботу за $\frac{120}{x}$ днів. Друга бригада щодня ремонтувала $(x-1)$ м дороги і працювала $\frac{100}{x-1}$ днів. Отримуємо рівняння: $\frac{100}{x-1}-\frac{120}{x}=1$.

$\frac{100x-120(x-1)-x(x-1)}{x(x-1)}=0$; $\frac{x^2+19x-120}{x(x-1)}=0$; $\frac{(x-5)(x+24)}{x(x-1)}=0$;

$\begin{cases} x_1=5;\ x_2=-24, \\ x\neq 0;\ x\neq 1; \end{cases}$ $x_1=5$; $x_2=-24$ — не задовольняє умову задачі (оскільки $x_2<0$). Отже, перша бригада щодня ремонтувала 5 м дороги, а друга — 4 м. *Відповідь:* 5 м, 4 м.

18. $\begin{cases} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{10}{3}, \\ x-y=4. \end{cases}$ ОДЗ: $x\neq 0$; $y\neq 0$. Нехай $z=\frac{x}{y}$ $(z\neq 0)$. Розв'яжемо перше рівняння системи: $z+\frac{1}{z}=\frac{10}{3}$; $3z^2-10z+3=0$; $z_1=3$; $z_2=\frac{1}{3}$. Повернемося до заміни: 1) $\frac{x}{y}=3$; $x=3y$; 1) $\begin{cases} x=3y, \\ x-y=4; \end{cases}$ $\begin{cases} x=3y, \\ 3y-y=4; \end{cases}$ $\begin{cases} x=3y, \\ 2y=4; \end{cases}$ $\begin{cases} x=6, \\ y=2. \end{cases}$

2) $\frac{x}{y}=\frac{1}{3}$; $y=3x$. $\begin{cases} y=3x, \\ x-y=4; \end{cases}$ $\begin{cases} y=3x, \\ x-3x=4; \end{cases}$ $\begin{cases} y=3x, \\ -2x=4; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-2, \\ y=-6. \end{cases}$

Відповідь: (6; 2), (–2; –6).

19. Знайдемо координати середин діагоналей KM і LN чотирикутника $KLMN$.
Для діагоналі KM маємо: $x_{ср.}=\frac{2+(-3)}{2}=-\frac{1}{2}$; $y_{ср}=\frac{-2+1}{2}=-\frac{1}{2}$;
$\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$. Для діагоналі LN: $x_{ср.}=\frac{1+(-2)}{2}=-\frac{1}{2}$; $y_{ср.}=\frac{2+(-3)}{2}=-\frac{1}{2}$;
$\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$. Середини обох діагоналей збігаються. Отже, чотирикутник $KLMN$ — паралелограм. Знайдемо довжини цих діагоналей:
$KM=\sqrt{(2+3)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{34}$; $LN=\sqrt{(1+2)^2+(2+3)^2}=\sqrt{34}$. Отже, $KM=LN$. Паралелограм з рівними діагоналями є прямокутником. Тоді $KLMN$ — прямокутник.

Скачано з Ерудит.нет www.erudyt.net

ВАРІАНТ 11

	А	Б	В	Г
1		X		
2	X			
3				X
4		X		
5			X	
6				X
7				X
8			X	
9		X		
10	X			
11			X	
12				X

1. $\frac{2^{\backslash 3}}{9} = \frac{6}{27}$. *Відповідь:* **Б.**

2. $12\% = 0{,}12$; $60 \cdot 0{,}12 = 7{,}2$ (кг). *Відповідь:* **А.**

3. $3x(x - 4y) = 3x^2 - 12xy$. *Відповідь:* **Г.**

4. $x = 0$; $y = 2 \cdot 0 + 12 = 12$; $A(0;\ 12)$. *Відповідь:* **Б.**

5. Якщо $b = 12$, то: $\sqrt{37-b} = \sqrt{37-12} = \sqrt{25} = 5$. *В-дь:* **В.**

6. $\frac{x^2-16}{x-4} = 0$; $\begin{cases} x^2-16=0, \\ x-4 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pm 4, \\ x \neq 4; \end{cases}$ $x = -4$. *Відповідь:* **Г.**

7. $x^2 - 2x - 3 < 0$; $(x+1)(x-3) < 0$; $x \in (-1;3)$. *В-дь:* **Г.**

8. $a_4 = a_1 + 3d$; $-4 = 8 + 3d$; $3d = -12$; $d = -4$. *Відповідь:* **В.**

9. $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ (см). *В-дь:* **Б.**

10. $\angle MOA = 2\angle MOK = 2 \cdot 55° = 110°$; $\angle AON = 180° - 110° = 70°$. *В-дь:* **А.**

11. $S = 8^2 \cdot \sin 60° = 64 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3}$ (см^2). *Відповідь:* **В.**

12. $2 \cdot 5 = 10$ (см) — сума основ трапеції; $26 - 10 = 16$ (см) — сума бічних сторін трапеції; $16 : 2 = 8$ (см) — бічна сторона трапеції. *Відповідь:* **Г.**

13. $$\left(\frac{a-2b}{a^2+2ab} - \frac{a+2b}{a^2-2ab}\right) \cdot \frac{4b^2-a^2}{4b^2} = \left(\frac{a-2b}{a(a+2b)} - \frac{a+2b}{a(a-2b)}\right) \cdot \frac{4b^2-a^2}{4b^2} =$$

$$= -\frac{(a-2b)^2-(a+2b)^2}{a(a+2b)(a-2b)} \cdot \frac{a^2-4b^2}{4b^2} = -\frac{(a-2b-a-2b)\cdot(a-2b+a+2b)}{a(a+2b)(a-2b)} \cdot \frac{a^2-4b^2}{4b^2} =$$

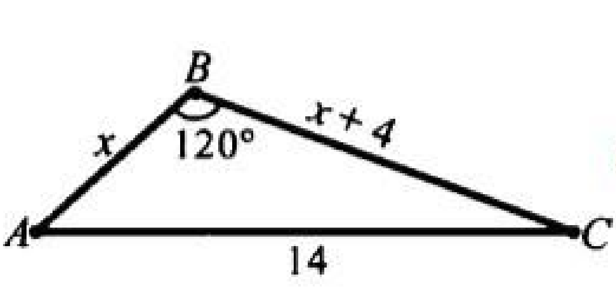
$$= -\frac{-8ab}{a(a+2b)(a-2b)} \cdot \frac{(a+2b)(a-2b)}{4b^2} = \frac{2}{b}.$$ *Відповідь:* $\frac{2}{b}$.

14. $(5x-2)^2 \leq (3x+1)^2 + (4x-3)^2$; $25x^2 - 20x + 4 \leq 9x^2 + 6x + 1 + 16x^2 - 24x + 9$; $-2x \leq 6$; $x \geq -3$; $x \in [-3; +\infty)$. *Відповідь:* $[-3; +\infty)$.

15. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору.

Абсциса вершини $x_{в.} = -\frac{-2}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 2$. Функція спадає, якщо $x \in (-\infty; 2]$. *В-дь:* $(-\infty; 2]$.

16. Нехай ABC — заданий трикутник, $AC = 14$ см, $\angle B = 120°$, $BC - AB = 4$ см. Позначимо $AB = x$ см, тоді $BC = (x + 4)$ см. За теоремою косинусів
$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos\angle B$;
$14^2 = x^2 + (x+4)^2 - 2x(x+4) \cdot \cos 120°$;



$196 = x^2 + x^2 + 8x + 16 - 2x(x+4) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$; $3x^2 + 12x - 180 = 0$;

$x^2 + 4x - 60 = 0$; $x_1 = -10$ — не підходить, $x_2 = 6$. Отже, $AB = 6$ (см), $BC = 6 + 4 = 10$ (см). $P_{ABC} = AB + BC + AC = 6 + 10 + 14 = 30$ (см). *В-дь:* 30 см.

17. Нехай друга бригада висаджувала щогодини x кущів, тоді перша — $(x + 5)$ кущів. Тоді 150 кущів друга бригада висадить за $\frac{150}{x}$ годин, а перша — за $\frac{150}{x+5}$ годин. Рівняння: $\frac{150}{x} - \frac{150}{x+5} = 1$; $\frac{150(x+5) - 150x - x(x+5)}{x(x+5)} = 0$;

$\frac{-x^2 - 5x + 750}{x(x+5)} = 0$; $\frac{(x+30)(x-25)}{x(x+5)} = 0$; $\begin{cases} x_1 = -30; x_2 = 25, \\ x \neq 0; x \neq -5; \end{cases}$ x_1 — не задовольняє умову задачі (оскільки $x_1 < 0$). Отже, щогодини перша бригада висаджувала $25 + 5 = 30$ (кущів), а друга — 25 кущів.

Відповідь: 30 кущів; 25 кущів.

18. $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3}, \\ x + y = 8. \end{cases}$ ОДЗ: $x \neq 0; y \neq 0$. Нехай $z = \frac{x}{y}$ $(z \neq 0)$. Розв'яжемо перше рівняння системи: $z + \frac{1}{z} = \frac{10}{3}$; $3z^2 - 10z + 3 = 0$; $z_1 = 3$; $z_2 = \frac{1}{3}$. Повернемося до заміни: 1) $\frac{x}{y} = 3$; $x = 3y$; 1) $\begin{cases} x = 3y, \\ x + y = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3y, \\ 3y + y = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3y, \\ 4y = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 6, \\ y = 2. \end{cases}$

2) $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$; $y = 3x$. $\begin{cases} y = 3x, \\ x + y = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 3x, \\ x + 3x = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 3x, \\ 4x = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2, \\ y = 6. \end{cases}$ *В-дь:* (2; 6), (6; 2).

19. Знайдемо координати середин діагоналей AC і BD чотирикутника $ABCD$. Для діагоналі AC маємо: $x_{ср.} = \frac{2 + (-1)}{2} = \frac{1}{2}$; $y_{ср.} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$; $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Для діагоналі BD: $x_{ср.} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$; $y_{ср.} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$; $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Середини обох діагоналей збігаються. Отже, чотирикутник $ABCD$ — паралелограм. Знайдемо довжини цих діагоналей: $AC = \sqrt{(2+1)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{34}$;

$BD = \sqrt{(-2-3)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{34}$. Отже, $AC = BD$. Паралелограм з рівними діагоналями є прямокутником. Тоді $ABCD$ — прямокутник.

ВАРІАНТ 12

	А	Б	В	Г
1	X			
2			X	
3	X			
4			X	
5				X
6		X		
7			X	
8		X		
9				X
10				X
11		X		
12	X			

1. $\frac{2}{7}^{\backslash 4} = \frac{8}{28}$. *Відповідь:* **А.**

2. 14% = 0,14; 70 · 0,14 = 9,8 (кг). *Відповідь:* **В.**

3. $5x(x + 3y) = 5x^2 + 15xy$. *Відповідь:* **А.**

4. $x = 0$; $y = 3 \cdot 0 + 18 = 18$; $A(0;\ 18)$. *Відповідь:* **В.**

5. Якщо $m = -8$, то: $\sqrt{17+m} = \sqrt{17+(-8)} = \sqrt{9} = 3$. *В-дь:* **Г.**

6. $\frac{49-x^2}{7-x} = 0;\ \frac{x^2-49}{x-7} = 0;\ \begin{cases} x^2-49=0, \\ x-7 \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x=\pm 7, \\ x \neq 7; \end{cases} x = -7.$ *В-дь:* **Б.**

7. $x^2 + 3x - 4 \geq 0$; $(x + 4)(x - 1) \geq 0$; $x \in (-\infty;\ -4] \cup [1;\ +\infty)$.
Відповідь: **В.**

8. $a_5 = a_3 + 2d$; $a_5 = 5 + 2 \cdot (-4) = -3$. *Відповідь:* **Б.**

9. $d = \sqrt{9^2+12^2} = \sqrt{225} = 15$ (см). *Відповідь:* **Г.**

10. $\angle COB = 180° - \angle AOC = 180° - 40° = 140°$;
$\angle COK = \angle COB : 2 = 140° : 2 = 70°$. *Відповідь:* **Г.**

11. $S = 4^2 \cdot \sin 135° = 16 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}$ (см²). *Відповідь:* **Б.**

12. 26 – 2 · 7 = 12 (см) — сума основ трапеції;
12 : 2 = 6 (см) — середня лінія трапеції. *Відповідь:* **А.**

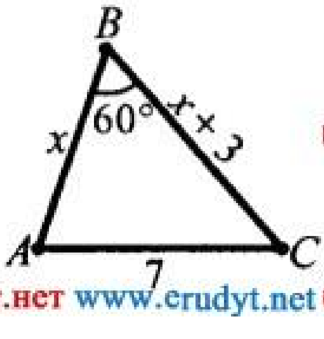
13. $$\left(\frac{m-4p}{m^2+4mp} - \frac{m+4p}{m^2-4mp}\right) \cdot \frac{16p^2-m^2}{2p^2} = \left(\frac{m-4p}{m(m+4p)} - \frac{m+4p}{m(m-4p)}\right) \cdot \frac{16p^2-m^2}{2p^2} =$$
$$= -\frac{(m-4p)^2-(m+4p)^2}{m(m+4p)(m-4p)} \cdot \frac{m^2-16p^2}{2p^2} = -\frac{(m-4p-m-4p)\cdot(m-4p+m+4p)}{m(m+4p)(m-4p)} \cdot \frac{m^2-16p^2}{2p^2} =$$
$$= -\frac{-16mp}{m(m+4p)(m-4p)} \cdot \frac{(m+4p)(m-4p)}{2p^2} = \frac{8}{p}.$$ *Відповідь:* $\frac{8}{p}$.

14. $(5x + 1)^2 \leq (3x - 2)^2 + (4x + 3)^2$. $25x^2 + 10x + 1 \leq 9x^2 - 12x + 4 + 16x^2 + 24x + 9$;
$-2x \leq 12$; $x \geq -6$; $x \in [-6;\ +\infty)$. *Відповідь:* $[-6;\ +\infty)$.

15. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 7$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вниз.

Абсциса її вершини: $x_{в.} = \frac{-b}{2a} = 4$. Функція спадає на $[4;\ +\infty)$. *В-дь:* $[4;\ +\infty)$.

16. Нехай ABC — заданий трикутник, $AC = 7$ см, $\angle B = 60°$,
$BC - AB = 3$ см. Позначимо $AB = x$ см, тоді
$BC = (x + 3)$ см. За теоремою косинусів
$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos\angle B$; $7^2 = x^2 + (x + 3)^2 -$
$- 2x(x + 3) \cdot \cos 60°$; $49 = x^2 + x^2 + 6x + 9 -$



$-2x(x+3)\cdot\dfrac{1}{2}$; $x^2+3x-40=0$; $x_1=-8$ — не підходить, $x_2=5$. Отже,

$AB=x=5$ (см), $BC=x+3=5+3=8$ (см).

$P_{ABC}=AB+BC+AC=5+8+7=20$ (см). *Відповідь:* 20 см.

17. Нехай на першому верстаті щогодини виготовляють x деталей. Тоді 90 деталей буде виготовлено за $\dfrac{90}{x}$ годин. На другому верстаті щогодини виготовляють $(x-5)$ деталей і 100 деталей виготовлять за $\dfrac{100}{x-5}$ годин.

Отримуємо рівняння: $\dfrac{100}{x-5}-\dfrac{90}{x}=1$. $\dfrac{100x-90(x-5)-x(x-5)}{x(x-5)}=0$;

$\dfrac{-x^2+15x+450}{x(x-5)}=0$; $\dfrac{(x+15)(x-30)}{x(x-5)}=0$; $\begin{cases}x_1=30;\ x_2=-15,\\ x\neq 0;\ x\neq 5;\end{cases}$ x_2 — не задовольняє умову задачі (оскільки $x_2<0$). Отже, щогодини на першому верстаті виготовляють 30 деталей. *Відповідь:* 30 деталей.

18. $\begin{cases}\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{5}{2},\\ x-y=3.\end{cases}$ ОДЗ: $x\neq 0;\ y\neq 0$. Нехай $z=\dfrac{x}{y}$ $(z\neq 0)$. Розв'яжемо перше рівняння системи: $z+\dfrac{1}{z}=\dfrac{5}{2}$; $2z^2-5z+2=0$; $z_1=2$; $z_2=0,5$. Повернемося до заміни: 1) $\dfrac{x}{y}=2$; $x=2y$; 1) $\begin{cases}x=2y,\\ x-y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2y,\\ 2y-y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=6,\\ y=3.\end{cases}$

2) $\dfrac{x}{y}=0,5$; $x=0,5y$. $\begin{cases}x=0,5y,\\ x-y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,5y,\\ 0,5y-y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,5y,\\ -0,5y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-3,\\ y=-6.\end{cases}$

Відповідь: (6; 3), (–3; –6).

19. Знайдемо координати середин діагоналей *KM* і *LN* чотирикутника *KLMN*.

Для діагоналі *KM* маємо: $x_{\text{ср.}}=\dfrac{1+(-2)}{2}=-\dfrac{1}{2}$; $y_{\text{ср}}=\dfrac{-3+2}{2}=-\dfrac{1}{2}$;

$\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$. Для діагоналі *LN*: $x_{\text{ср.}}=\dfrac{-3+2}{2}=-\dfrac{1}{2}$; $y_{\text{ср.}}=\dfrac{-2+1}{2}=-\dfrac{1}{2}$;

$\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$. Середини обох діагоналей збігаються. Отже, чотирикутник *KLMN* — паралелограм. Знайдемо довжини цих діагоналей:

$KM=\sqrt{(1+2)^2+(-3-2)^2}=\sqrt{34}$; $LN=\sqrt{(-3-2)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{34}$. Отже, $KM=LN$. Паралелограм з рівними діагоналями є прямокутником. Тоді *KLMN* — прямокутник.

Скачано з Ерудит.нет www.erudyt.net