НАЦІОНАЛЬНИЙ МУЛЬТИПРЕДМЕТНИЙ ТЕСТ

БЛОК
МАТЕМАТИКА

НАЦІОНАЛЬНИЙ МУЛЬТИПРЕДМЕТНИЙ ТЕСТ

ОАС

19 червня 2

① $7n^3 \cdot 8n^3 = 56n^6$

Степені

$a^1 = a,\ a^n = \underbrace{a \cdot a \dots \cdot a}_{n \text{ разів}}$ для $a \in R,\ n \in N,\ n \geqslant 2$

$a^0 = 1$, де $a \neq 0$ $\quad \sqrt{a^2} = |a|$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ для $a \neq 0,\ n \in N$

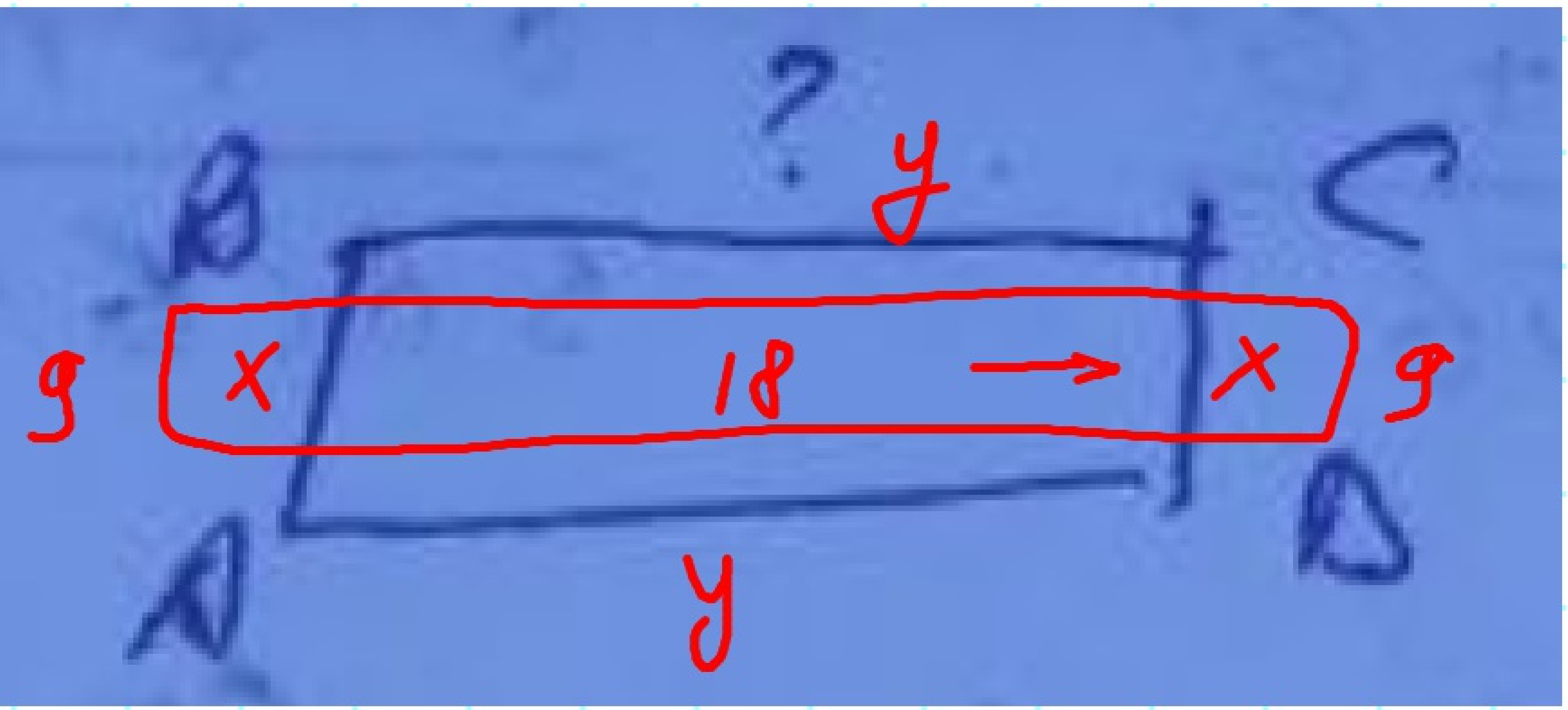
$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m},\ a > 0,\ m \in Z,\ n \in N,\ n \geqslant 2$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$

$(ab)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$

2

$P_{ABCD} = 46$ cm ; $AB + CD = 18$ cm ;



$$46 = 9 + 9 + y + y$$

$$2y = 46 - 18$$

$$2y = 28$$

$$y = \boxed{14}$$

3

Яка з наведених точок лежить у координатній площині yz прямокутної системи координат у просторі?

$(0; y; z)$

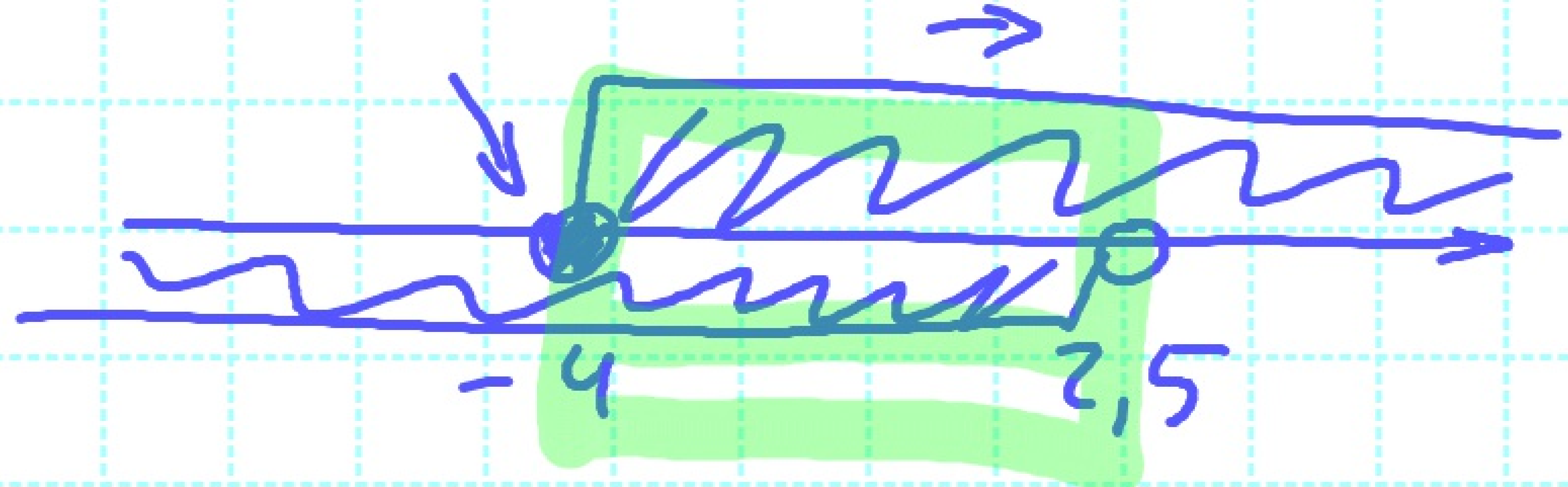
$(-2; 5; 0)$; $(2; 0; -5)$; $(0; 0; 0)$; $\boxed{(0; 2; -5)}$

4

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ 2x < 5 \quad |:2 \end{cases}$$

$x \geq -4$

$x < 2{,}5$



$[-4; 2{,}5)$

5

$(\sqrt{3}-1)(1+\sqrt{3}) = (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) = \sqrt{3}^2 - 1^2 =$

$3 - 1 = 2$

$3-1 \neq 1-3$ $\qquad$ $1+3 = 3+1$

$2 \neq -2$ $\qquad$ $4 = 4$

Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

⑥ $3^x = 3^4 \cdot 3^{2x}$

$3^x = 3^{4+2x}$

$x = 4 + 2x$

$1x - 2x = 4$

$-1 \cdot x = 4$

$x = 4 : (-1) = -4$

Степені

$a^1 = a,\ a^n = \underbrace{a \cdot a \ldots \cdot a}_{n \text{ разів}}$ для $a \in R,\ n \in N,\ n \geqslant 2$

$a^0 = 1$, де $a \neq 0$ $\quad \sqrt{a^2} = |a|$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ для $a \neq 0,\ n \in N$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m},\ a > 0,\ m \in Z,\ n \in N,\ n \geqslant 2$

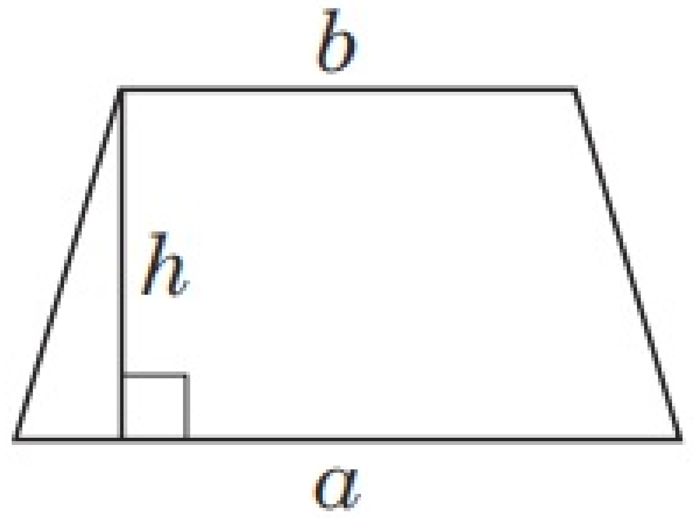
$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$

$(ab)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$

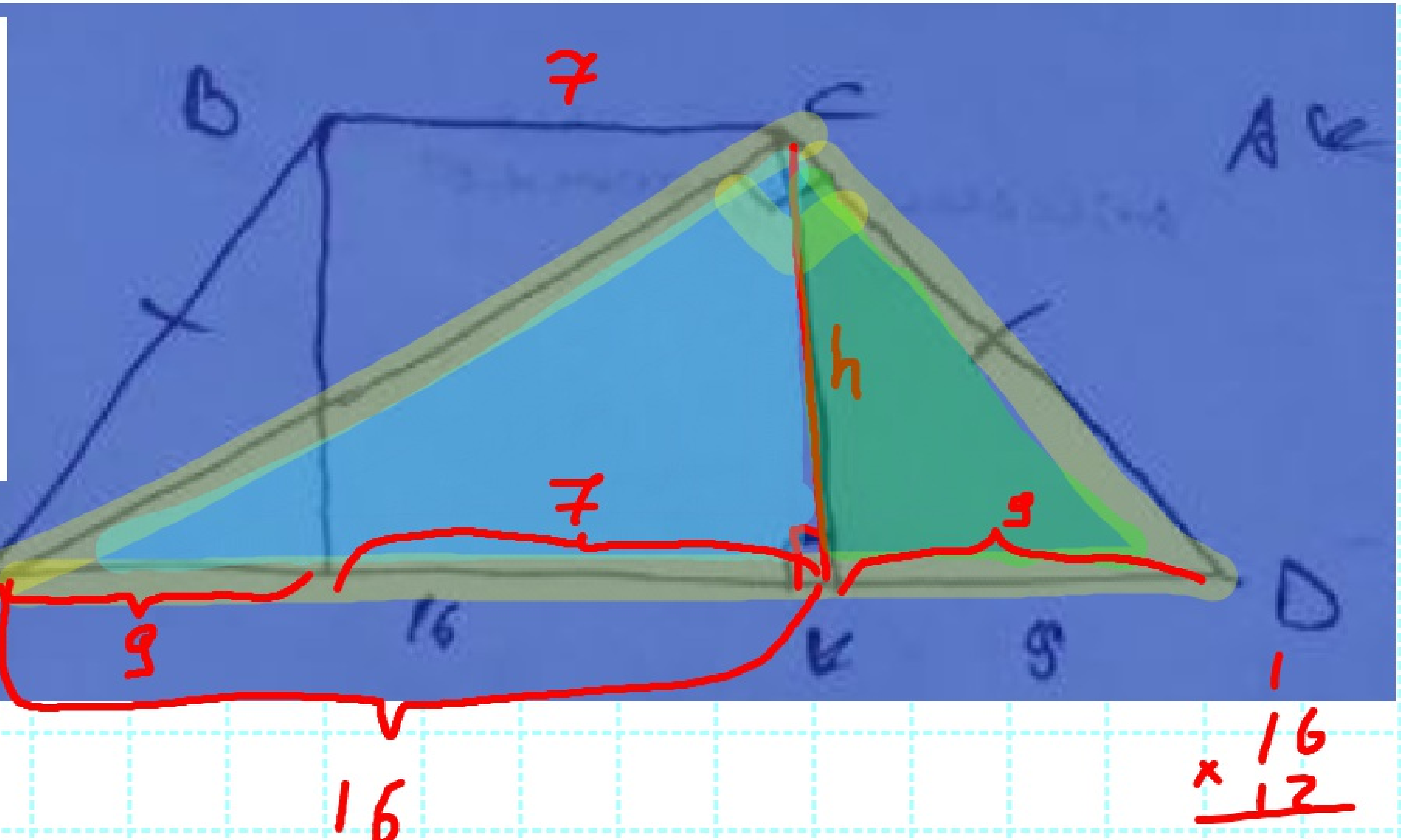
7

$AK = 16$ см; $KD = 9$ см. $S_{трп}$ — ?

Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h,$$



$h = \sqrt{16 \cdot 9} =$

$h = 4 \cdot 3 = 12$

$$\frac{16}{h} = \frac{h}{9}$$

$h^2 = 16 \cdot 9$

$b_1 \quad b_2 \quad b_3$

$b_2 = \sqrt{b_1 \cdot b_3}$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 12 \\ \hline 32 \\ 16 \end{array}$$

$$S = \frac{7+25}{2} \cdot 12 = \frac{32}{2} \cdot 12 = 16 \cdot 12 = \boxed{192}$$

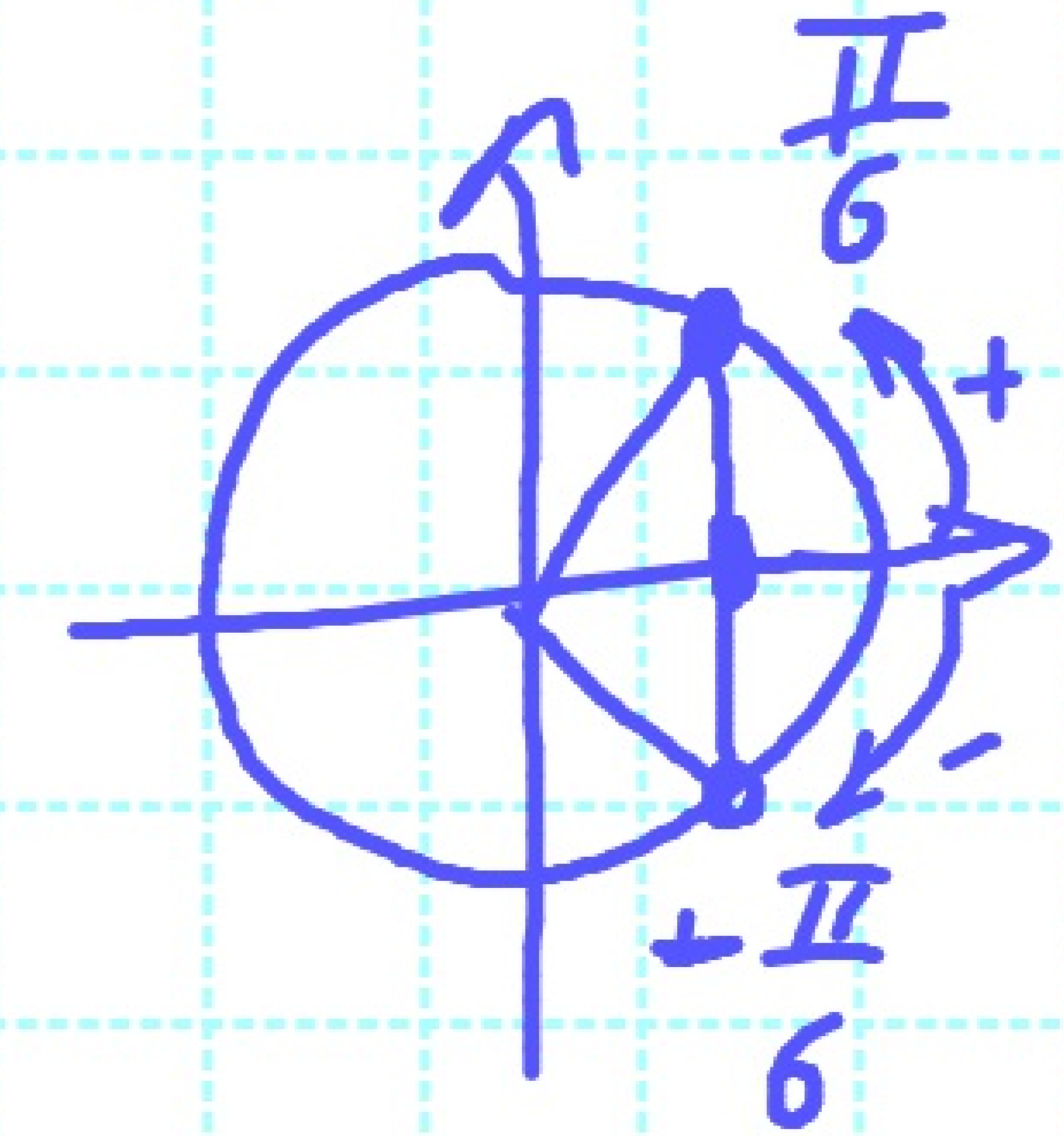
8

Укажіть корінь рівняння $2\sqrt{3}\cos x = 3$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$

$$\cos x = \frac{3}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{9}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \qquad x_2 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n$$



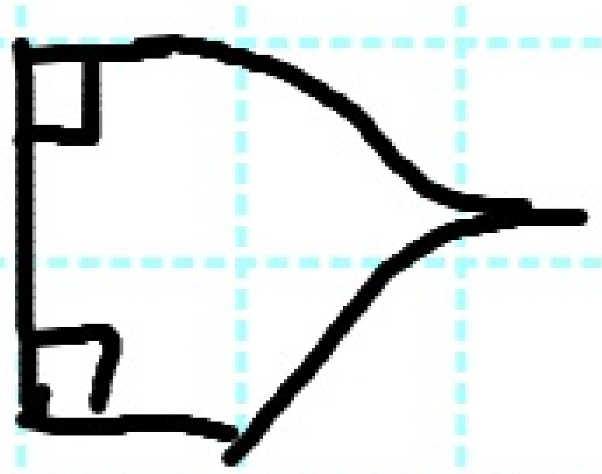
α									
α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	град	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin α		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos α		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tg α		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

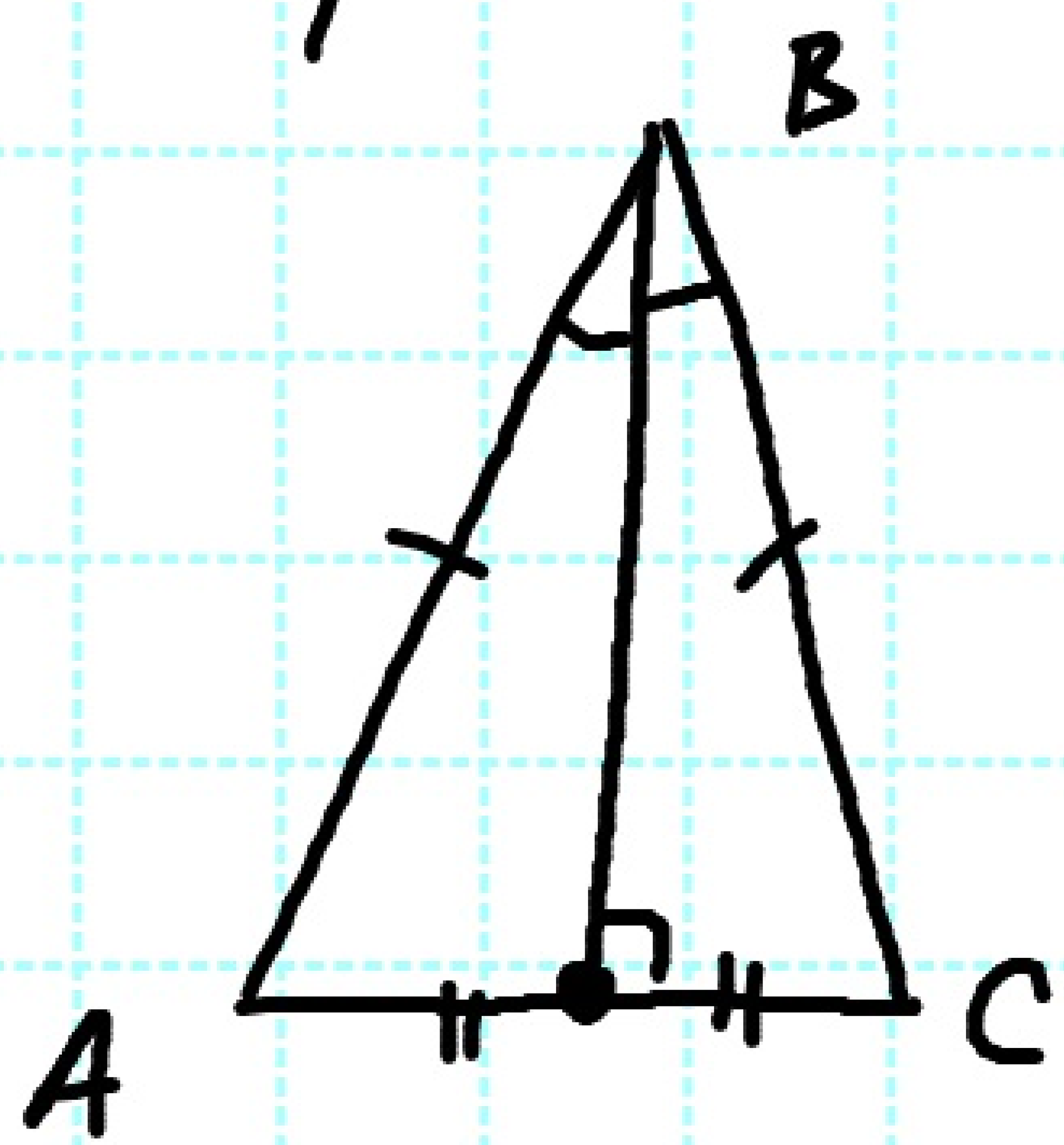
9

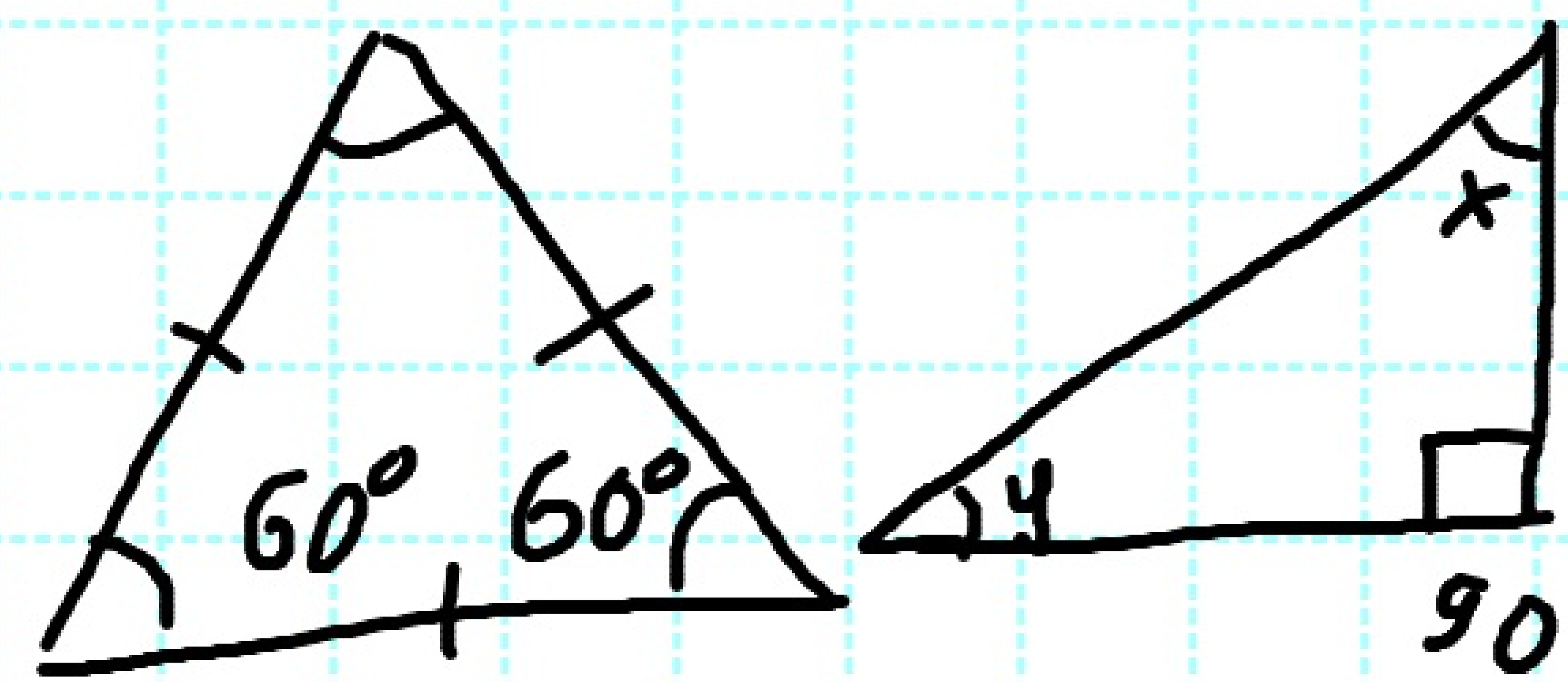
1) Існує трикутник, у якого лише один гострий кут. −

2) У рівнобедреному трикутнику ABC сер. перпендикуляр до основи AC проходить через вершину B. +

3) У будь-якому $\triangle$ сума град. мір гострих кутів $= 90°$. +







$$x + y + 90 = 180 \Rightarrow x + y = 90°$$

10

$$\frac{25+10b+b^2}{5b^2+25b}=\frac{5^2+2\cdot5\cdot b+b^2}{5\cdot b\cdot b+5\cdot5\cdot b}=$$

$$=\frac{(5+b)^2}{5b(b+5)}=\frac{(b+5)\cancel{(b+5)}}{5b\,\cancel{(b+5)}}=\frac{b+5}{5b}$$

Формули скороченого множення

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

11 Визначте другий член b_2 геометричної прогресії (b_n), у якій $b_1 = 5\sqrt{5}$, $b_6 = \frac{b_5}{\sqrt{5}}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{\sqrt{5}}$	5	25	$\frac{1}{5}$	$\sqrt{5}$

$b_5 \xrightarrow{\cdot q} b_6$

$b_1 \xrightarrow{\cdot q} b_2$

$\boxed{b_5 \cdot q = \frac{b_5}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot b_5}$

$b_2 = \frac{5\sqrt{5}}{1} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 5$

12

Іван плив на байдарці за течією річки. Який шлях він подолав за 2,5 *год*, якщо швидкість течії річки становить 1,8 *км/год*, а власна швидкість байдарки – 5 *км/год*?

А	Б	В	Г	Д
4,5 *км*	17 *км*	8	12,5 *км*	16 *км*

$$v_{за} = v_б + v_р = 5 + 1{,}8 = 6{,}8 \text{ км/год}$$

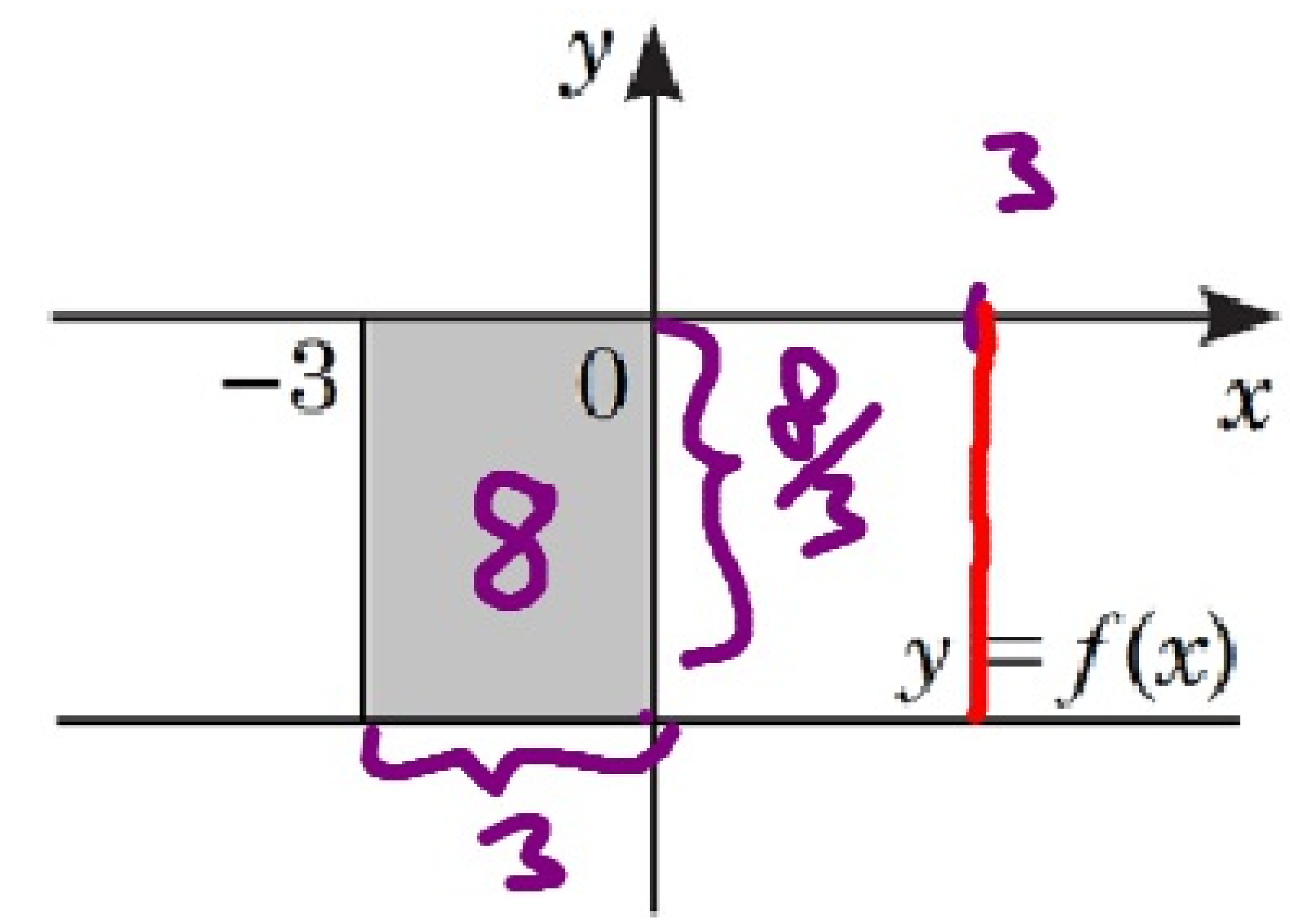
$$S = v \cdot t = 6{,}8 \cdot 2{,}5$$

$$\begin{array}{r} \times\, 6{,}8 \\ 2{,}5 \\ \hline 340 \\ 136 \\ \hline 17{,}00 \end{array}$$

$$v = \frac{км}{год} \quad \frac{S}{t} \qquad t \cdot v = S$$

13

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$. Площа фігури, обмеженої функцією $y = f(x)$ і прямими $y = 0$ та $x = -3$, дорівнює 8 *кв. од.* Обчисліть $\int_{-3}^{3} f(x)\,dx$.

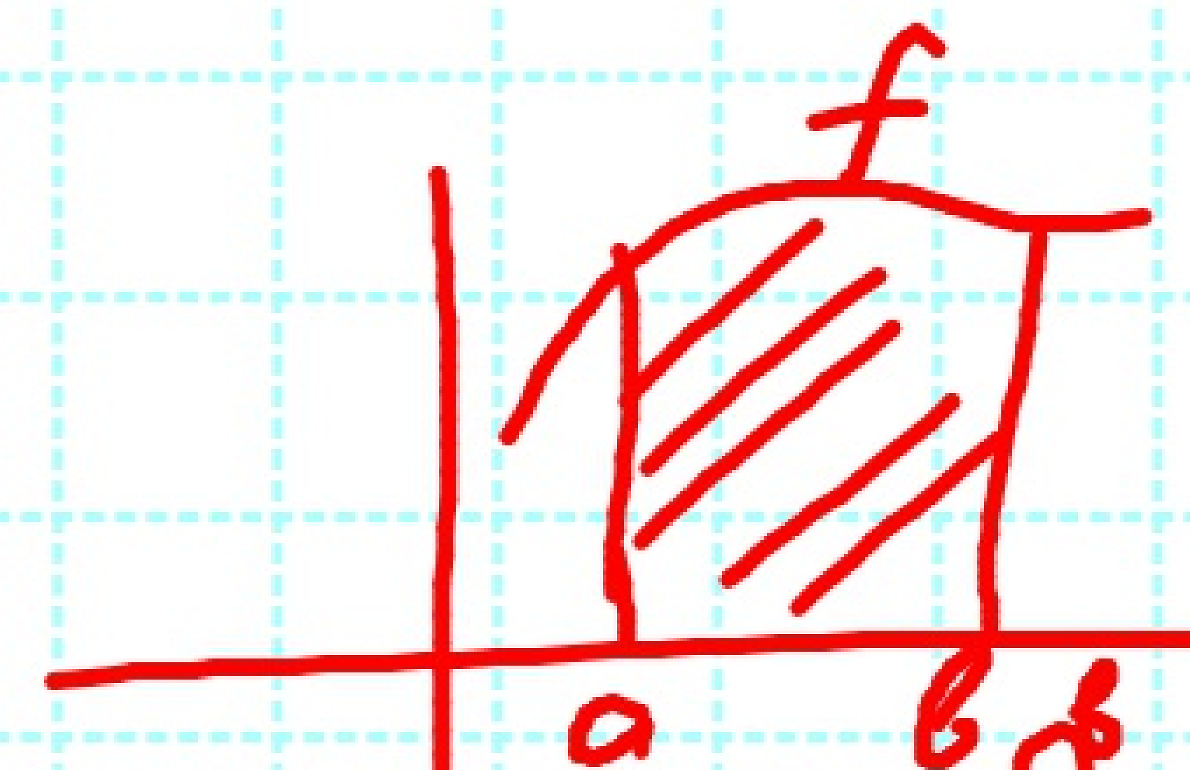


А	Б	В	Г	Д
4	–16	0	16	–4

$y = -\frac{8}{3}$

-16

$\int_{-3}^{3}\left(-\frac{8}{3}\right)dx =$



$S = \int_a^b f\,dx$

16

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 5^{-1}$$

$\sqrt{7}$ π e $\sin 1^\circ$

В 1) $\log_{0,2} 5 = \log_{5^{-1}} 5 = \frac{1}{-1} \underbrace{\log_5 5}_{1} = -1$

Г 2) $2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

Б 3) $\frac{10}{5} = 2$

А ірраціональне додатне

~~Б~~ натуральне

~~В~~ ціле від'ємне

~~Г~~ раціональне не ціле

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

17

А 1) $(x^2)+4$

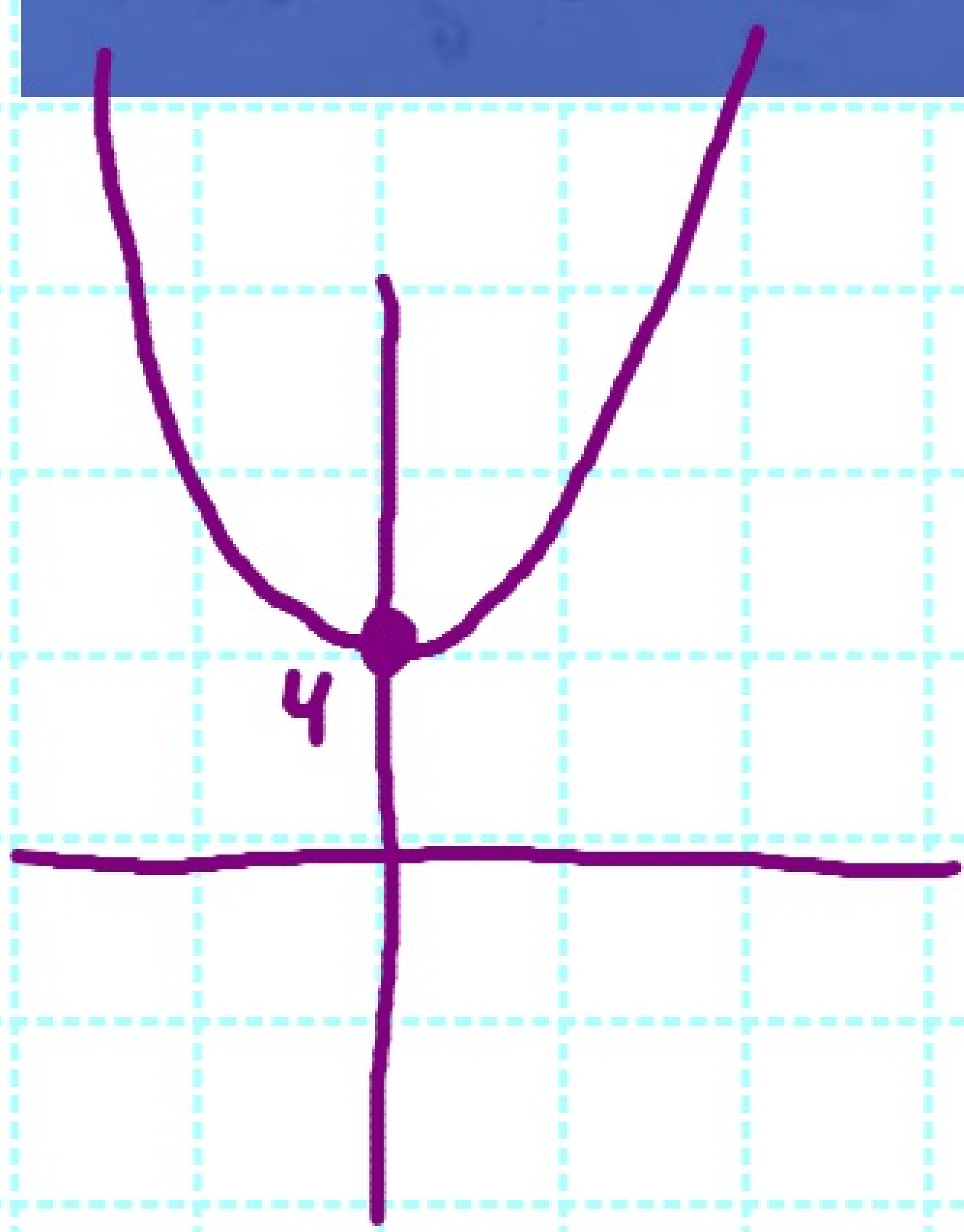
Б 2) $y = \log_4 x$

В 3) $y = -2x + 4$

А одна точка локального екстремуму

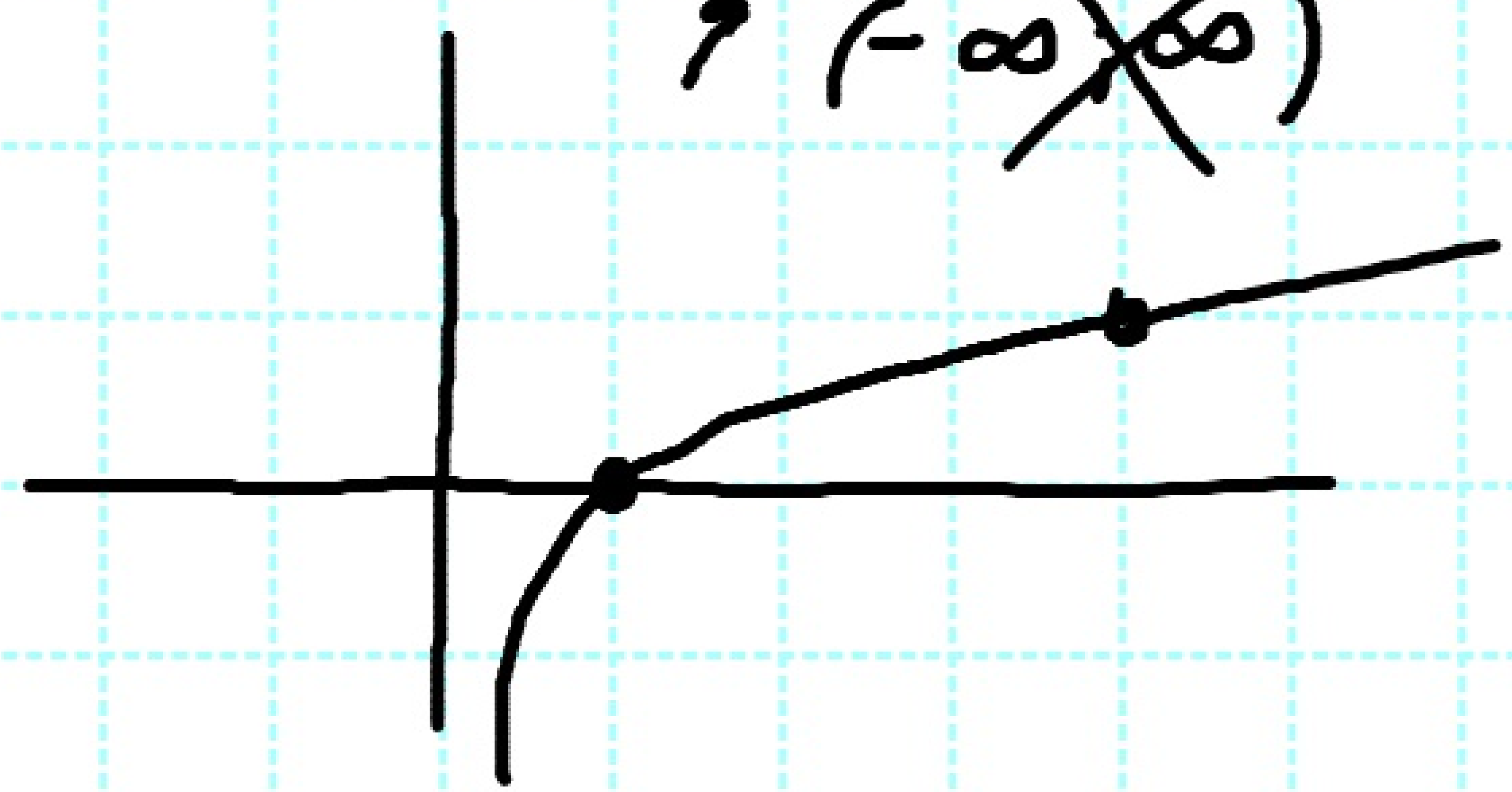
Б тільки зростає $(0;\infty)$

В тільки спадає



x	1	4
y	0	1

$(-\infty; \cancel{\infty})$



y	4	2
x	0	1

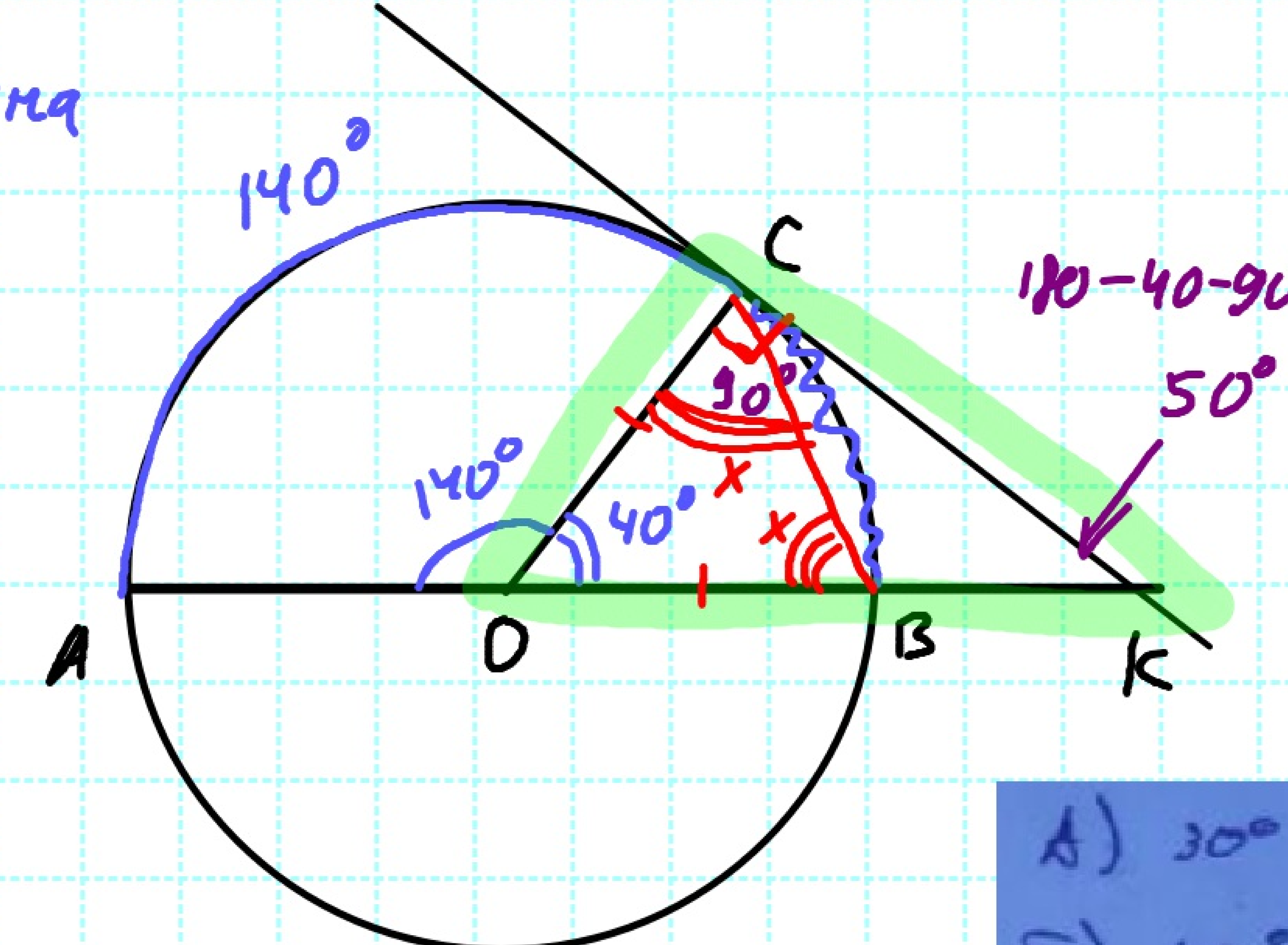
CK – дотична

(18) $\overset{\frown}{AC} = 140^\circ$

Б 1) $\overset{\frown}{CB} = 40^\circ$

В 2) $\angle CKA = 50^\circ$

Д 3) $\angle ABC =$



$x + x + 40 = 180$

$2x = 140$

$x = 70$

А) 30°

Б) 40°

В) 60°

Г) 65°

Д) 80°

20 Ксенія бере участь у посткросингу, надсилаючи адресатам у різні країни листівки із зображеннями українських міст та краєвидів. Вона має 10 різних листівок такої тематики. Для кожного із чотирьох адресатів Ксенія вибирає по одній листівці та конверт жовтого або синього кольору. Скільки всього у Ксенії є способів такого вибору, якщо вона надсилатиме всі листівки в конвертах одного кольору?

4 лист з 10 → A / C

та $*$
або $+$

$$\begin{array}{r} \overset{5}{56} \\ \times\ 9 \\ \hline 504 \end{array}$$

М → Київ
С → Львів
Л → Одеса
К → Бахм

$$A_{10}^{4} = \frac{10!}{6!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot\overbrace{7\cdot8}^{56}\cdot9\cdot10}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6} = 5040$$

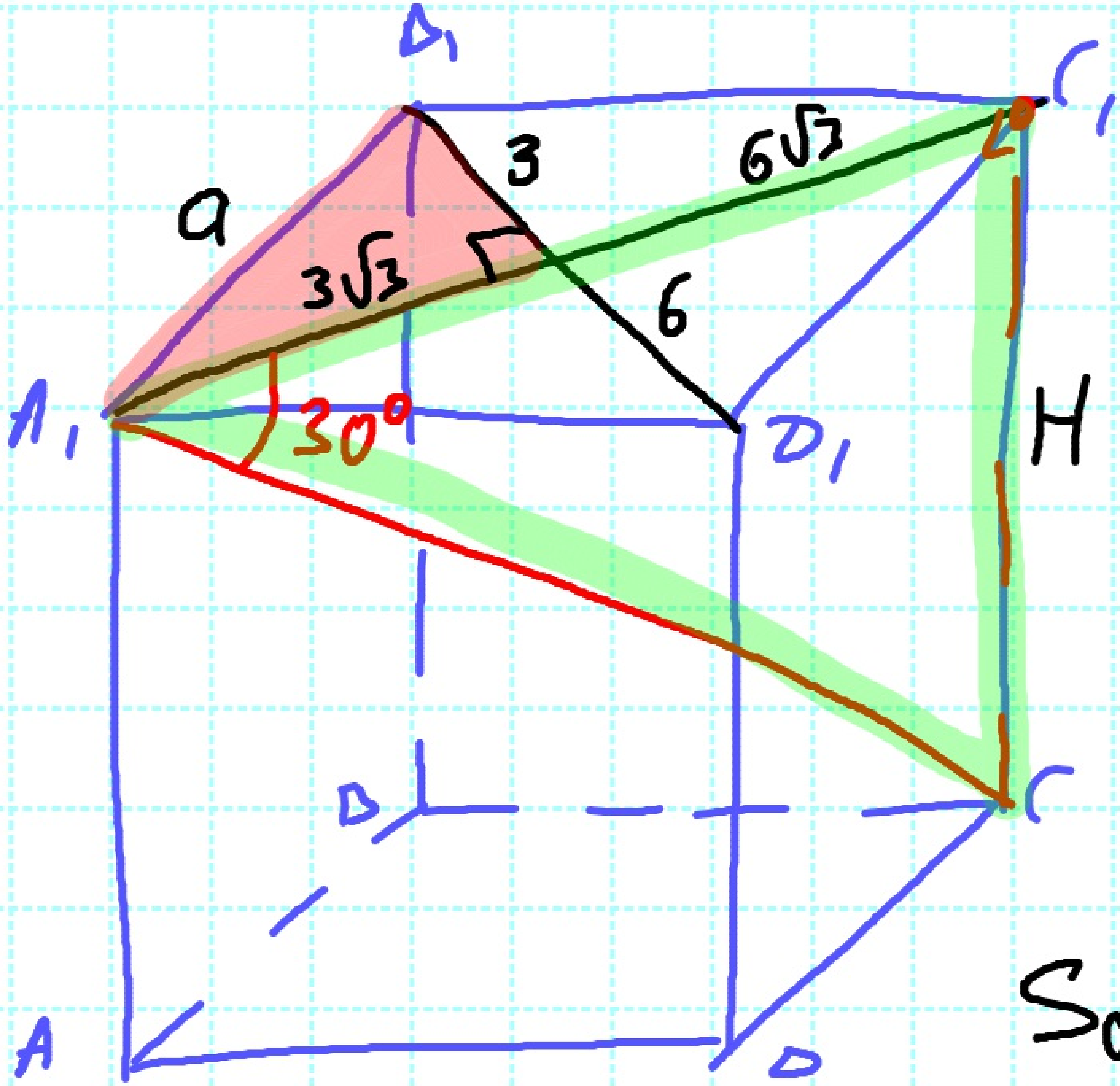
лист та конв
$5040 \cdot 2 = \boxed{10080}$

Комбінаторика

$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n = n!$ $\quad C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ $\quad A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

21

Основою прямої призми є ромб, діагоналі якого дорівнюють 6 і $6\sqrt{3}$. Більша діагональ призми нахилена до площини основи під кутом 30°. Визначте площу бічної поверхні призми.



$$S_б = P_{осн} \cdot H$$

$$tg30^\circ = \frac{H}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow H = \frac{6\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}} = 6$$

$$3^2 + (3\sqrt{3})^2 = a^2$$

$$9 + 9 \cdot 3 = a^2$$

$$9 + 27 = a^2$$

$$36 = a^2$$

$$a = 6 \qquad P = 4 \cdot 6$$

$$S_б = 4 \cdot 6 \cdot 6 = 4 \cdot 36 = 144$$

22 кількість цілих значень параметра а

2*x^2 -(4a-3)x-a=0

якщо корені належать проміжку: (-5 ;8)

$4a+17>0$

$a>-\frac{17}{4}=-4{,}25$

$35-4a>0$

$-4a>-35$

$a<\frac{35}{4}\approx 8{,}75$

$D=(4a-3)^2-4\cdot 2\cdot(-a)=16a^2-24a+9+8a=$

$16a^2-16a+9=(4a+2)^2+5>0$

$(4a)^2-2\cdot 4a\cdot 2+4+5>0$

$$x_1=\frac{4a-3+\sqrt{16a^2-16a+9}}{4}<8$$

$\sqrt{16a^2-16a+9}<(32+3-4a)$

$16a^2-16a+9<1225-280a+16a^2$

$264a<1216$

$a<1216:264\approx 4{,}5$

$$\begin{array}{r} 264 \\ \times\quad 4 \\ \hline 1056 \end{array}$$

$$x_2=\frac{4a-3-\sqrt{16a^2-16a+9}}{4}>-5$$

$4a-3+20>\sqrt{16a^2-16a+9}$ (17)

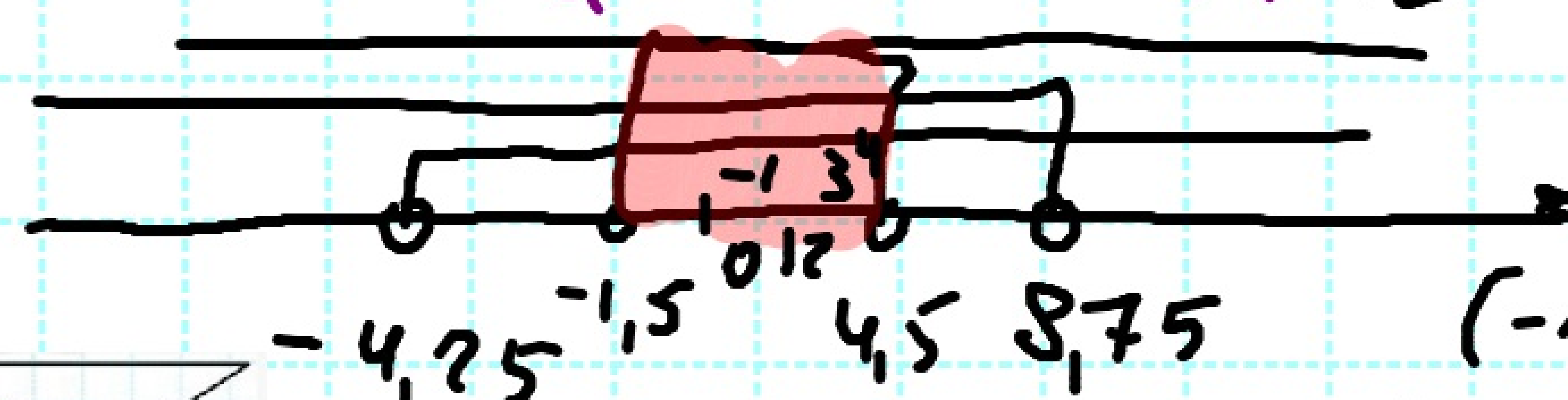
$\cancel{16a^2}+136a+289>\cancel{16a^2}-16a+9$

$152a>-280$

$a>-280:152$

$\approx -1{,}5$

$2x^2+11x+2=0$



$(-1.5;4{,}5)$

$-1\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4 \Rightarrow 6$

23

Визначте **кількість** цілих значень параметра a, за яких корені рівняння $2x^2 - (4a-3)x - 6a = 0$ належать проміжку $[-5; 8]$.

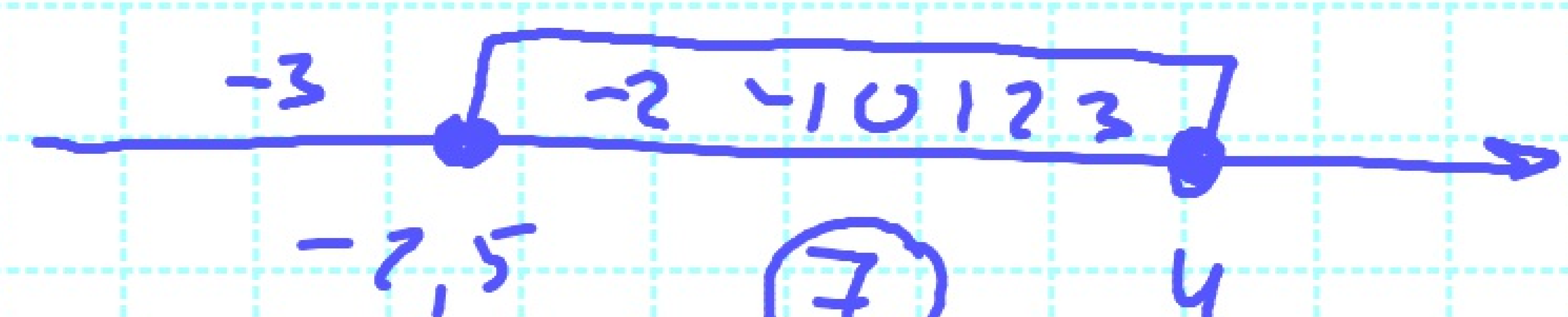
Упишіть відповідь:

$$D = (4a-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6a) = \overbrace{16a^2 - 24a + 9} + 48a =$$

$$16a^2 + 24a + 9 = (4a+3)^2 > 0$$

$$x_1 = \frac{4a - 3 + 4a + 3}{4} = 2a \qquad -5 \leq 2a \leq 8 \quad | : 2$$

$$x_2 = \frac{4a - 3 - 4a - 3}{4} = -1,5 \qquad -2,5 \leq a \leq 4$$



7