***Тестові завдання ІІІ етапу Всеукраїнської***

***олімпіади з математики у місті Києві***

***(2021–2022 навчальний рік)***

***1 тур***

*«Старайся легко приймати те, що неминуче».*

*Платон*

7 клас

**1.** Відомо, що у прямокутника довжини сторін вимірюються цілим числом сантиметрів, а його периметр дорівнює $6$ см. Чому дорівнює площа цього прямокутника у квадратних сантиметрах?

***Відповідь:***$2$

**2.** Яку найбільшу кількість шахових тур можна поставити на дошці $6×6$, щоб жодні дві не атакували одна одну? Шахова тура атакує усі поля тієї вертикалі та горизонталі, в якій вона розташована.

***Відповідь:***$6$

**3.** Відомо, що $x^{3}+x+1=0$. Яке значення може приймати вираз

$$x^{5}+2x^{3}+x^{2}+x+2022?$$

***Відповідь:***$2021$

**4.** Усі трицифрові числа у порядку зростання виписані як одне величезне багатоцифрове число: $100101102…$. Яка цифра у такому числі розташована на $2022$-й позиції?

***Відповідь:***$3$

8 клас

**Рис. 1**

$$x$$

$$85°$$

$$35°$$

$$75°$$

$$20°$$

**1.** На рис. 1 відомі значення деяких кутів в градусах. Знайдіть градусну міру кута $x$.

***Відповідь:***$35$

**2.** У Петрика в сумці є $2$ шкарпетки білого кольору, $3$ – синього кольору та $4$ шкарпетки чорного кольору. Він навмання виймає їх по одній. Скільки щонайменше шкарпеток йому треба дістати, щоб гарантовано була витягнута принаймні одна однокольорова пара шкарпеток?

***Відповідь:***$4$

**3.** Усі чотирицифрові числа у порядку зростання виписані як одне величезне багатоцифрове число: $100010011002…$. Яка цифра у такому числі розташована на $2022$-й позиції?

***Відповідь:***$5$

**4.** Вираз $\frac{1}{1∙2∙3}+\frac{1}{2∙3∙4}+…+\frac{1}{10∙11∙12}$ записали у вигляді правильного нескоротного дробу. Чому дорівнює чисельник цього дробу?

***Відповідь:***$65$

9 клас

**1.** На яке найменше натуральне число $n$ слід домножити число $300$, щоб число $300n$ мало непарну кількість дільників?

***Відповідь:***$3$

**2.** Навколо прямокутної клумби завбільшки $4×10$ побудована доріжка однакової ширини, як це показано на рис. 2. Відомо, що зовнішній прямокутник, що оточує доріжку, має сторони, одна з яких удвічі більша за іншу. Чому дорівнює площа доріжки?

**Рис. 2**

***Відповідь:***$32$

**3.** У кубі $10×10×10$, що складений з $1000$ кубиків $1×1×1$ пофарбували зовнішню поверхню. Після цього його знову розібрали на $1000$ кубиків $1×1×1$. У скількох з них буде пофарбована рівно одна грань?

***Відповідь:***$384$

**4.** Вираз $\frac{1}{1∙3}+\frac{1}{2∙4}+\frac{1}{3∙5}+\frac{1}{4∙6}+…+\frac{1}{17∙19}+\frac{1}{18∙20}$ записали у вигляді правильного нескоротного дробу. Чому дорівнює чисельник цього дробу?

***Відповідь:***$531$

10 клас

**1.** Яку найбільшу кількість шахових коней можна поставити на шахівницю $5×5$ таким чином, щоб жодні два з них не атакували один одного?

***Відповідь:***$13$

**2.** У опуклому чотирикутнику $ABCD$ проведені діагоналі, що перетинаються в точці $O$. Чому дорівнює площа трикутника $AOD$, якщо відомі площі таких трикутників: $S\left(AOB\right)=10$, $S\left(BOC\right)=20$ та $S\left(COD\right)=40$.

***Відповідь:***$20$

**3.** Скільки існує пар натуральних чисел, для яких сума чисел цієї пари дорівнює їх найменшому спільному кратному?

***Відповідь:***$0$

**4.** Для скількох дійсних значень $a$ число $\sqrt{7+a}+\sqrt{7-a}$ є натуральним?

***Відповідь:***$4$

11 клас

**1.** Для якого найменшого додатного значення $a$ рівняння $a^{2}+ax-a+\frac{5}{4}=0$ має принаймні один корінь?

**Рис. 3**

$$C$$

$$B$$

$$A$$

$$D$$

$$O$$

$$10$$

$$20$$

$$30$$

$$S$$

***Відповідь:***$1$

**2.** Для якого найбільшого натурального числа $n$ простим числом є $n^{2}-14n+24$?

***Відповідь:***$13$

**3.** Всередині опуклого чотирикутника $ABCD$ вибрана точка $O$. Ця точка з’єднана з серединами сторін чотирикутника $ABCD$. Відомі площі трьох чотирикутників, що при цьому утворилися, як це показано на рис. 3. Чому дорівнює $S$ – площа четвертого чотирикутника?

***Відповідь:***$40$

**4.** На зібранні $20$ олігархів вирішили виділити кошти на благодійність. Вони випадковим чином отримали номери від $1$ до $20$. Після цього вони по черзі йшли до банку, дивилися на зібрану суму, збільшували її удвічі та додавали ще $1$ гривню. Перший олігарх починав з нульового рахунку. Яка сума була зібрана по завершенні акції?

***Відповідь:***$1048575$