Коростенська загальноосвітня школа І-ІІІ ступенів №5

МАТЕМАТИЧНІ СОФІЗМИ

(ЗБІРНИК)

ЗМІСТ.

Математичний софізм -
дивовижне твердження,
в доказі якого
криються непомітні, а часом
і досить тонкі помилки.
Мартін Гарднер

Вступ.

«Два помножити на два дорівнює п'яти», «Два дорівнює трьом» - кожен з нас чув такі фрази хоч раз в житті. Насправді, таких прикладів можна навести дуже багато, але що всі вони означають? Хто їх вигадав? Чи мають вони якесь логічне пояснення або ж це лише вигадка?

Саме ці питання розглянуті в цій роботі, назва якої - математичні софізми. Вони, як мені здається, більш цікаві, мають чітке логічне пояснення, крім того, з математичними софізмами ми зустрічаємося набагато частіше, ніж зі звичайними.

Ця тема зараз актуальна, тому що софізм - це обман, а так як не кожен може його розпізнати, то за допомогою софізмів люди обманюють один одного в наш час, як і тисячоліття тому.

Розбір софізмів в першу чергу розвиває логічне мислення, тобто прищеплює навички правильного мислення. Виявити помилку в софізмі- це значить усвідомити її, а усвідомлення помилки попереджає від її повторення в інших математичних міркуваннях. Коли дитина раз торкнеться до гарячого предмету , то вона буде намагатися не зробити це в подальшому. Вона буде набагато більш уважнішою. Так і той, хто вивчає математику, згодом проявить більше обережності.

Далі і, найголовніше, розбір софізмів допомагає свідомому засвоєнню вивченого математичного матеріалу, розвиває спостережливість, критичне ставлення на те, що вивчається. Математичні софізми привчають ретельно і обережно рухатися вперед, ретельно слідкувати за точністю формулювань, правильністю записів и креслень, за допустимістю узагальнень, за достовірністю операцій, які виконуються. Все це потрібно і важливо.

На сьогодні софізми, і зокрема математичні, навчають мислити, доводити й спростовувати, чітко висловлювати свої думки; вони дивують та захоплюють, дають поштовх для творчості, пошуку нового. Вивчення софізмів буде корисним майбутнім юристам, журналістам, урядовцям, пересічним громадянам, яким так чи інакше доведеться відстоювати правильність своїх думок та вчинків та аналізувати отриману інформацію.

Софізми на уроках математики можна застосовувати з метою:

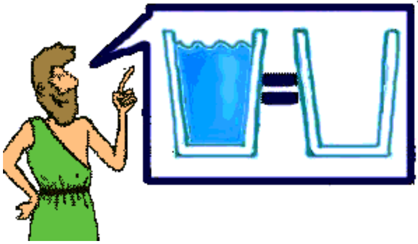
- попередження типових помилок на узагальнюючих уроках;
- створення проблемної ситуації при поясненні нового матеріалу;
- перевірки рівня засвоєння вивченого матеріалу;
- більш цікавого повторення і закріплення вивченого матеріалу.

Для того, щоб люди не помітили помилку, потрібно чітко і впевнено пояснювати свою точку зору. Отже, можна сказати, що софізми :

- вчать доводити та спростовувати твердження;
- бути уважними та спостережливими;
- навчають мислити;
- чітко висловлювати свої думки;
- дивують та захоплюють;
- дають поштовх для творчості, пошуку нового.

Отже, актуальність роботи обумовлена широким застосуванням софізмів у різних сферах діяльності людей.

Поняття софізму.

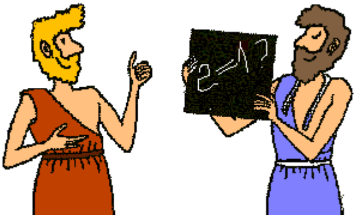


Багато з нас не знає навіть що таке софізм, хоча зустрічали його в своєму житті хоч раз.

З давніх-давен математику вважають точною наукою, що не терпить помилок, вимагає ясності понять та тверджень, нічого не сприймає без доведень. Помилки в міркуваннях, найчастіше виникають через порушення законів формальної логіки, основи якої заклав визначний давньогрецький філософ Арістотель. Але інколи доведення, що виглядає цілком логічним та правильним, містить в собі помилку, якої припустилися свідомо та зробили її непомітною на перший погляд. Ця помилка робить все доведення хибним. Саме така навмисна помилка, що здійснються з метою заплутати супротивника й видати хибне твердження за істинне, створює софізм.

Помилки, пов'язані з порушенням законів логіки та законів математики бувають двох типів: паралогізми і софізми. Паралогізми (з грецької - неправильне) - це хибне міркування, логічна помилка, допущена не навмисно, а через втрату послідовності в міркуваннях чи порушення одного з законів логіки. Паралогізми в математиці неприпустимі, бо де є місце помилці, там вже немає місця математиці. Зовсім інша ситуація з софізмами. Софізми (з грецької -хитрий викрутас, вигадка, хитрий умовивід) - це міркування, навмисно побудовані так, що вони містять логічну помилку і, звичайно, приводять до хибних висновків.

Софізми в математиці.



У математичних софізмах найчастіше використовуються «заборонені дії» або не враховуються умови застосування теорем, формул або правил. Часто розуміння людьми помилок в софізмі веде до розуміння математики в цілому, сприяє розвитку логіки і навички правильного мислення. Пошук помилки в софізмі веде до її розуміння і усвідомлення, а усвідомлюючи помилку, людина має більше шансів її не допустити. Також в історії розвитку математики софізми сприяли підвищенню точності формулювань і більш глибокому розумінню математичних понять. Існують і інші види софізмів (наприклад: словесні), але в даних матеріалах розглядаються тільки математичні. Існує кілька видів математичних софізмів: геометричні, логічні і алгебраїчні.

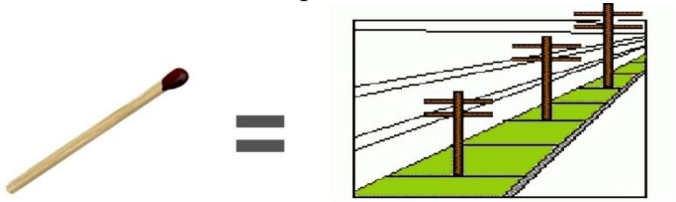
Геометричні софізми.

Геометричні софізми побудовані на помилках, пов'язаних з геометричними фігурами і діями над ними.

Вивчимо їх на прикладі:

1) Сірник вдвічі довше телеграфного стовпа.

Нехай a дм - довжина сірники і b дм - довжина стовпа.



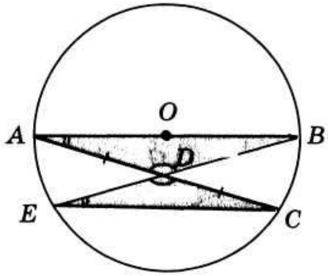
Різниця між b і а позначимо через с.

Маємо $b - a = c$, $b = a + c$. Перемножимо обидві частини цих рівностей,отримаємо: $b^2 - ab = ca + c^2$. Віднімемо від обох частин bc. Отримаємо:

$b^2 - ab - bc = ca + c^2 - bc$, або $b(b - a - c) = -c(b - a - c)$, звідки $b = -c$, але $c = b - a$, тому $b = a - b$, або $a = 2b$.

Помилка: в тому, що у виразі $b(b\text{-}a\text{-}c) = -c(b\text{-}a\text{-}c)$ відбувається ділення на 0.

2) Хорда, що не проходить через центр кола, дорівнює діаметру.



Нехай в колі проведено діаметр AB. Через точку B проведемо будь-яку хорду BE, що не проходить через центр, потім через середину цієї хорди D і точку A проведемо нову хорду AC. Нарешті, точки E і C з'єднаємо відрізком прямої. Розглянемо ΔABD і ΔEDC. В цих трикутниках: BD = DE (з побудови), ∠ A = ∠ E (як вписані, що спираються на одну і ту ж дугу). Крім того, ∠ BDA = ∠ EDC (як вертикальні). Якщо ж сторона і два кути одного трикуника відповідно дорівнюють стороні і двом кутам іншого трикуника, то такі трикутники рівні. Значить, ΔBDA = ΔEDC, а в рівних трикутниках проти рівних кутів лежать рівні сторони. Тому, AB = EC.

За II ознакою рівності трикутника: якщо сторона і два прилеглих до неї кути одного трикутника відповідно рівні стороні і двом прилеглим до неї кутам іншого трикутника, то такі трикутники рівні.

A в нашому випадку, A не належить стороні BD.

Помилка: в неправильному застосуванні теореми про рівність трикутників (рівні два кути , що не прилеглі до однієї сторони).

3) «Загадковий трикутник»

Дано прямокутний трикутник 13 х 5 клітин, складений з чотирьох фігур.

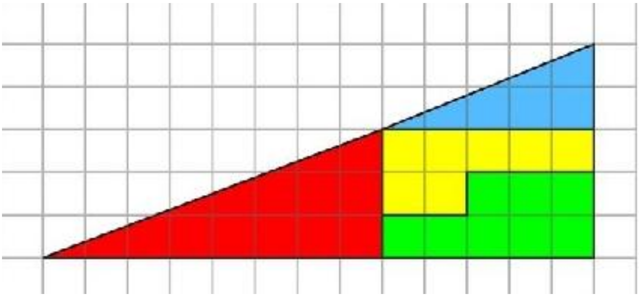


рис.1

Після перестановки фігур при візуальному збереженні початкових пропорцій з'являється додаткова, не зайнята

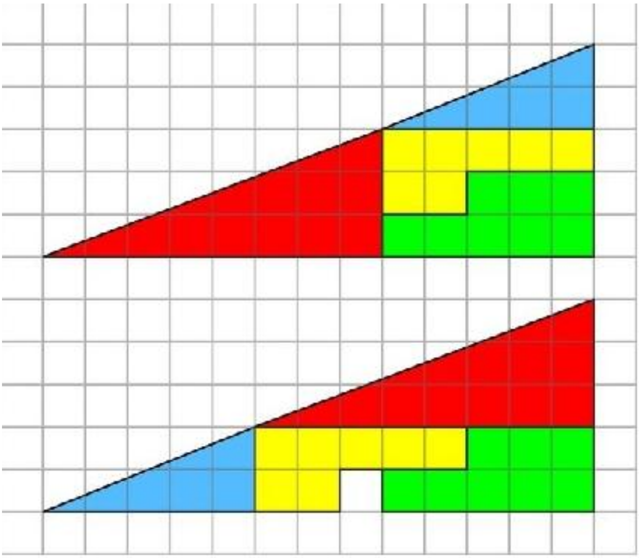


рис.2

жодною частиною, клітина (рис. 2). Але ми ж розуміємо, що такого бути не може.

Площі зафарбованих фігур, звичайно, рівні між собою (обидві по 32 клітини), проте, те, що візуально

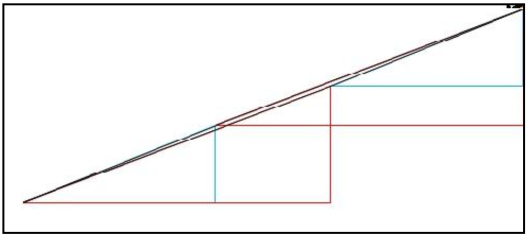


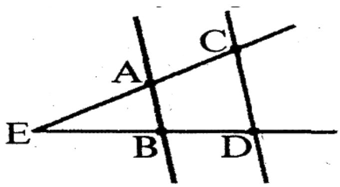
рис.3

спостерігається як трикутники 13х 5, насправді таким не є, і мають різні площі. Тобто помилка, замаскована в умові завдання, полягає в тому, що початкова фігура названа трикутником (яка насправді є увігнутим чотирикутником). Це чітко помітно на рис. 2 - гіпотенузи верхньої і нижньої фігур проходять через різні точки: (8,3) вгорі і (5,2) внизу. Секрет у властивостях синього і червоного трикутників. Це легко перевірити обчисленнями.

Відношення довжин відповідних сторін синього і червоного трикутників не дорівнюють один одному (2 \ 3 і 5 \ 8), тому ці трикутники не є подібними, а значить, мають різні кути при відповідних вершинах. Якщо нижні сторони цих трикутників паралельні, то гіпотенузи в обох трикутниках 13 х 5 насправді є ламаними лініями (на верхньому малюнку створюється злам всередину, а на нижньому - назовні). Якщо накласти верхню і нижню фігури 13 х 5 одну на одну то між їх гіпотенузами утворюється паралелограм, в якому і міститься «зайва» площа. На рис. 3 цей паралелограм наведений у вірних пропорціях.

Офіційним автором цієї задачі про «загадкові трикутники» є ілюзіоніст-любитель Пол Керрі, який придумав цей софізм в XX столітті.

4. «Відрізки паралельних прямих, вміщені між сторонами кута, рівні».



Нехай CED - довільний ∠ і CD || AB. Тоді AE : CE = BE : DE, звідки AE · DE = BE · CE. (1)
Помножимо почленно рівність (1) на різницю AB - CD і виконаємо такі перетворення:
AE· DE · AB - AE · DE · CD = BE · CE · AB - BE · CE · CD,
AE · DE · AB - BE· CE · AB = AE· DE · CD - BE · CE· CD,
AB· (AE · DE - BE· CE) = CD· (AE · DE - BE· CE), (2)
звідки AB = CD.

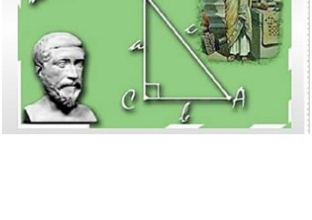
Помилка: допущено почленне ділення рівності (2) на вираз AE · DE - BE ·CE, який згідно з рівністю (1) дорівнює 0.

5***. «Зовнішній кут трикутника дорівнює внутрішньому, не суміжному з ним».***

Нехай у чотирикутнику ABCD ∠A + ∠C = 180^0. Оскільки будь-які три точки, які не лежать на одній прямій повністю визначають положення кола, то можна стверджувати, що через точки A, B і C проходить єдине коло.Точку перетину його із стороною DC позначимо через E . Побудувавши відрізок BE, маємо чотири∠ник ABED, вписаний в коло, причому ∠A + ∠E = ∠B + ∠D = 180^0 Оскільки ∠A + ∠C = 180^0 і ∠A + ∠BED = 180^0, то ∠ BED =∠C. Оскільки в чотири∠нику ABCD за умовою ∠A + ∠C = 180^0 і вершини A, B і D лежать на колі, то і четверта вершина C лежить на тому ж колі.

Отже точки E і C мають збігатися, трикутник BCE не може існувати. Він вироджується в сторону чотирикутника ABCD.

6. «Нове доведення» теореми Піфагора».

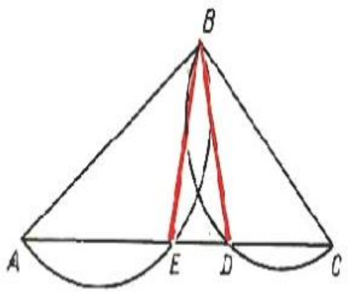


Розглянемо прямокутний трикутник з катетами a та b ,

гіпотенузою с і гострим кутом α , протилежним катету а.
Отже, $a = c \cdot \sin\alpha$, $b = c \cdot \cos\alpha$, звідки $\alpha = c \cdot \sin a$, $b = c \cdot \cos a$.
Додавши почленно ці рівності, отримаємо:
$\grave{a}^2 + b^2 = c^2(\sin^2 a + \cos^2 a)$.
Але $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$, то $\alpha^2 + b^2 = c^2$.
Помилка: формула $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ виводиться на основі теореми Піфагора, а не навпаки.

7. «Через точку, що лежить поза прямою, до цієї прямої можна провести два перпендикуляри».

Нехай є ΔАВС. На сторонах АВ і ВС цього трикутника, як на діаметрах, побудуємо півкола. Нехай ці півкола перетинаються зі стороною АС в точках Е і D.



З'єднаємо точки Е і D прямими з точкою В.
Кут АЕВ прямий, як вписаний, що спирається на діаметр; кут BDC також прямий.

Отже, ВЕ перпендикулярна АС і BD перпендикулярна АС.Через точку В проходять два перпендикури.

Логічні софізми.

Один з видів математичних софізмів є логічний софізм. Розберемо їх теж на прикладах:

1. "4 грн. = 40 000 коп."

Візьмемо вірну рівність: 2грн. = 200 коп. І піднесемо обидві частини рівності до квадрату. Отримаємо:

4грн. = 40 000 коп.= 400грн.

Помилка: піднесення до квадрату грошей не має сенсу. До квадрату підносяться тільки числа, а не величини.

2. "П'ять дорівнює шести"

Візьмемо тотожність 35 + 10 - 45 = 42 + 12 - 54.

У кожній частині цієї тотожності винесемо за дужки спільний множник:

$5 \cdot (7 + 2 - 9) = 6 \cdot (7 + 2 - 9)$.

Розділивши обидві частини рівності на їх спільний множник (7 + 2 - 9), отримаємо, що 5 = 6.

Помилка: допущена при діленні рівності $5 \cdot (7 + 2 - 9) = 6 \cdot (7 + 2 - 9)$ на число 7 + 2 - 9, рівне нулю. Цього не можна робити, так як будь-яку рівність можна ділити тільки на число, відмінне від нуля.

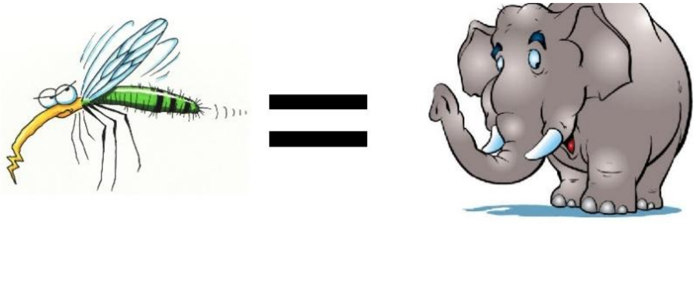
3. «Вага слона дорівнює вазі комара»

Нехай x – вага слона, y – вага комара. Позначимо їх суму через $2a$: $x+y=2a$. З цієї рівності можна дістати ще дві: $x-2a=-y$ і $x=-y+2a$. Перемножимо почленно останні дві рівності: $x^2-2ax=y^2-2ay$.

Додавши до обох частин цієї рівності по a^2, дістанемо:

$x^2-2ax+a^2=y^2-2ay+a^2$,або $(x-a)^2=(y-a)^2$. Добуваючи з обох частин рівності квадратний корінь, матимемо: $x-a=y-a$, або $x=y$, тобто вага слона дорівнює вазі комара.

*Помилка:*беручи квадратний корінь з виразів, отримаємо модулі цих виразів. Розкриваючи модуль, отримаємо, що $a-x=y-b$. Отже маса слона і мухи не рівні.



4. «Один метр не дорівнює 100 сантиметрів».

1м = 100 см (1)

10 м = 1000 см (2)

Перемножимо обидві частини рівностей (1) і (2), одержимо: 10 м = 100000 см, звідки: 1 м = 10000 см.

5. Останні роки нашого життя коротші, ніж перші.

Відомо старий вислів: в молодості час йде повільніше, а в старості- швидше. Цей вислів можна довести математично. Дійсно, людина проживає протягом тридцяти років 1/30 частину свого життя, протягом сорока років - 1/40 частину, протягом п'ятдесяти - 1/50 частину, протягом шестидесяти - 1/60 частину. Цілком очевидно, що 1/30> 1/40> 1/50> 1/60, звідки ясно, що останні роки нашого життя коротші перших.

*Помилка:*дійсно, 1/30>1/40>1/50. Але невірне твердження, що протягом тридцяти років людина проживає 1/30 частину життя, вона проживає 1/30 тільки тієї частини життя, яку він до цього моменту прожив, але саме частини, а не всього життя. Не можна порівнювати між собою частини різних відрізків часу.

6. 6 кг = 6000000 г, 2/3 кг = 2/3 г

Відомо: 2 кг = 2000г, 3 кг = 3000г. Помножимо почленно ці рівності, отримаємо: 6 кг = 6000000г. А якщо розділимо почленно - 2/3 кг = 2/3 г.

Помилка: полягає в порушенні правил дії з іменованими величинами: всі дії, що здійснюються над величинами, необхідно здійснювати також і над їх

вимірювальними одиницями.

7. ***«Напівпорожній і напівповний»***

Нехай є стакан, наповнений водою до половини. Тоді можна сказати, що склянка, наполовину повна дорівнює склянці наполовину порожній. Збільшуючи обидві частини рівності вдвічі, отримаємо, що склянка повна дорівнює склянці порожній. Чи вірно наведене судження?

Розбір софізму: ясно, що наведене міркування невірно, так як в ньому застосовується неправомірна дія: збільшення вдвічі. У даній ситуації його застосування безглуздо. «Напівпорожній і напівповний»

Алгебраїчні софізми.

Алгебра - один з великих розділів математики, виникла під впливом потреб суспільної практики, в результаті пошуків загальних прийомів для вирішення однотипних арифметичних задач. Прийоми ці полягають зазвичай в складанні і вирішенні рівнянь. Тобто алгебраїчні софізми - навмисно приховані помилки в рівняннях і числових виразах.

1.а) «Два різних натуральних числа рівні між собою»

Нехай a та b - два довільних числа і $a > b$. Тоді завжди існує число d - середнє арифметичне чисел a і b, тобто

$(a + b) / 2 = d$, або $a + b = 2d$, (1)

з рівності (1) дістанемо:

$b = 2d - a$ і (2)

$2d - b = a$. (3)

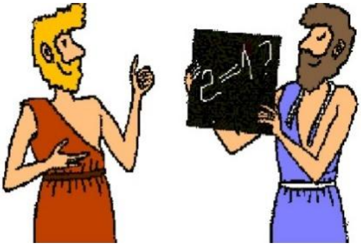
Перемноживши рівності (2) і (3), дістанемо

$2db - b^2 = 2ad - a^2$. (4)

Віднімемо почленно рівність (4) від очевидної рівності $d^2 = d^2$, матимемо $d^2 - 2db + b^2 = d^2 - 2da + a^2$, або $(d - b)^2 = (d - a)^2$,

або $d - b = d - a$.

Звідси $a = b$.



Помилка: при добуванні квадратного кореня з обох частин рівності.

б) 4 > 12.

До обох частин очевидної нерівності $7 > 5$ додамо по (- 8), тоді $7 - 8 > 5 - 8$, або $-1 > -3$.

Тепер, помноживши почленно останню нерівність на (-4), дістанемо

$(-1)\cdot(-4) > (-3)\cdot(-4)$, $4 > 12$.

Помилка: при множенні або діленні обох частин нерівності на від'ємне число знак нерівності змінюється на протилежний.

2. «Від'ємне число більше додатнього».

Візьмемо два додатніх числа a і c. Порівняємо два відношення: $a / -c$ і $-a / c$

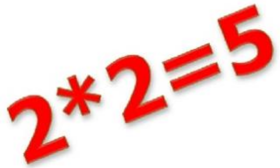
Вони рівні, так як кожне з них рівне $-(a / c)$. Можна скласти пропорцію: $a / -c = -a / c$

Але якщо в пропорції попередній член першого відношення більше другого, то попередній член другого відношення також більше свого наступного. У нашому випадку $a > -c$, отже, має бути -а> с, тобто негативне число більше позитивного.

Помилка: дана властивість пропорції може бути неправильною, якщо деякі її члени відємні.

3. «Два помножити на два - п'ять»

Це можна зробити буквально на пальцях:
маємо рівність: Маємо числову рівність :



4:4=5:5
4(1:1)=5(1:1)
4=5 або 2·2=5

Помилка допущена у винесенні спільного множника за дужки в лівій і правій частинах рівності: 4:4=5:5.

4. «Скорочення дробів»:

16/64 = 1/4 ; 19/95 = 1/5 ;
1998/8991 = 198/891 = 18/81;

Справді існують окремі види дробів, у яких можна закреслювати в чисельнику та знаменнику "зайві" цифри, не змінюючи величини дробу. Скорочення цього типу можливі лише для дробів такого виду: amm...mb / bmm...ma = ab / ba, де a + b = m і a < b. Існує тільки 16 дробів такого виду.

5. « Будь-яке число дорівнює його половині».

Беремо два рівних числа a і b, a = b . Обидві частини цієї рівності помножимо на a, потім віднімемо від них b^2. Отримаємо: $a^2 - b^2 = ab - b^2$, або (a –b)(a + b) = b(a –b).

Звідси: a +b = b , або a + a = a . Отже, 2a = a , тобто a = 0,5a .

*Помилка:*вираз a - b дорівнює нулю.

6. «Дивні» рівняння.

а) $15x - 30 = 12x - 24$.

В обох частинах рівняння винесемо спільний множник за дужки:

$15(x - 2) = 12(x - 2)$. Розділивши обидві частини рівняння на $(x - 2)$, одержимо: $15 = 12$.

Помилка:праву і ліву частини рівняння поділили на нуль, тому, що корінь рівняння $x = 2$.

7. «Всі числа рівні між собою»

Візьмемо числа $a < b$, тоді існує таке $c > 0$, що: $a + c = b$, помножимо обидві частини на $(a - b)$ маємо:

$(a + c)(a - b) = b(a - b)$.

$a^2 + ca - ab - cb = ba - b^2$, cb переносемо вправо,

маємо: $a^2 + ca - ab = ba - b^2 + cb$

$a(a + c - b) = b(a - b + c)$ звідси $a = b$.

Помилка: за визначенням: $a + c = b$. Значить, $a + c - b = 0$.

І вираз $a(a + c - b) = b(a + c - b)$ тотожно $a \cdot 0 = b \cdot 0$.

Класифікація помилок при розв'язуванні софізмів.

1. ***Логічні***

Оскільки зазвичай висновок може бути виражений в силогістичній формі, то й софізм може бути зведений до порушення правил силогізму. Найбільш типовими джерелами логічних софізмів є наступні порушення правил силогізму:

1. Висновок з негативною меншою посилкою в першій фігурі: «Всі люди суть розумні істоти, жителі планет не суть люди, отже, вони не суть розумні істоти»;
2. Висновок з стверджувальними посилками в другій фігурі: «Всі, хто знаходять цю жінку невинною, повинні бути проти її покарання , а ви - проти її покарання , значить,ви знаходите її невинною»;
3. Висновок із загальним висновком у третій фігурі: «Закон Мойсея забороняв злодійство, закон Мойсея втратив свою силу,отже, крадіжка не заборонена»;
4. Особливо поширена помилка quaternio terminorum, тобто вживання середнього терміна у великій і в меншій посилці не в однаковому значенні: «Всі метали - прості тіла, бронза - метал: бронза - просте тіло» (тут меншою посилкою слово «метал» вжито не в точному хімічному значенні слова, позначаючи сплав металів): звідси в силогізм виходять чотири терміни.

2.Термінологічні

Граматичні, термінологічні та риторичні джерела софізмів виражаються в неточному або неправильному слововживанні і побудові фрази (всяке quaternio terminorum передбачає таке слововживання); найбільш характерні:

1. Помилка гомонімія, наприклад: реакція, в сенсі хімічному, біологічному та історичному; доктор це як лікар і як науковий ступінь.
2. Помилка складання - коли роздільним термінам надається значення збірного.

3. Помилка поділу, зворотна, коли збірному терміну дається значення розділового.
4. Помилка наголосу, коли підкреслення підвищенням голосу в мові і курсивом в листі певного слова або декількох слів у фразі спотворює її первісний зміст.
5. Помилка виразу, яка полягає у неправильному або неясному для усвідомлення сенсу побудові фрази, наприклад: скільки буде: двічі по два плюс п'ять? Тут важко вирішити чи мається на увазі $2\cdot 2 + 5 = 9$ або $2 \cdot (2 + 5) = 14$.

3. Психологічні

Психологічні причини софізмів бувають трьох видів: інтелектуальні, афективні і вольові. У всякому обміні думок передбачається взаємодія між двома особами, читачем і автором або лектором і слухачем, або двома сторонами, що сперечаються. Переконливість софізму передбачає два фактори: α - психічні властивості однієї і β - інший з обмінюються думками сторін. Правдоподібність софізму залежить від спритності того, хто захищає її, і поступливості опонента, а ці властивості залежать від різних особливостей обох індивідуальностей.

Інтелектуальні причини

Інтелектуальні причини софізму полягають у переважанні в розумі особи, що піддається софізму, асоціацій за суміжністю над асоціаціями за подібністю, у відсутності розвитку здатності керувати увагою, активно мислити, у слабкої пам'яті, незвички до точного слововживання, бідності фактичних знань з цього предмету, лінощів у мисленні.

Афективні причини

Сюди відносяться боягузтво в мисленні - боязнь небезпечних практичних наслідків, що випливають від прийняття відомого положення; надія знайти факти, що підтверджують цінні для нас погляди, що спонукає нас бачити ці факти там, де їх немає.

Вольові причини

При обміні думок ми впливаємо не тільки на розум і почуття співрозмовника, але і на його волю. У всякій аргументації (особливо усній) є елемент вольовий - імперативний - елемент навіювання. Категоричність тону, що не допускає заперечення, певна міміка діють чарівним чином на осіб, які легко піддаються навіюванню, особливо на маси, з іншого боку, пасивність слухача особливо сприяє успішності аргументації супротивника.

Але найчастіше помилки в міркуваннях виникають через порушення законів формальної логіки.

Виділимо найбільш поширені помилки, які покладені в основу багатьох математичних софізмів:

- ділення на нуль;
- неправильні висновки з рівності дробів;
- неправильне добування квадратного кореня з квадрату виразу;
- порушення правил дій з іменованими величинами;
- плутанина з поняттями «рівність» і «еквівалентність» відносно множин;
- нерівносильний перехід від однієї нерівності до іншої;
- виконання перетворень над математичними об'єктами, що не мають змісту;
- висновки і обчислення за невірним малюнком до задачі.

Софісти.

Софістами називали групу давньогрецьких філософів IV-V століття до н.е., які досягли великого мистецтва в логіці. У період падіння моралі давньогрецького суспільства (V століття) з'являються так звані вчителі красномовства, які метою своєї діяльності вважали і називали придбання і поширення мудрості, внаслідок чого вони іменували себе софістами. Але суть діяльності софістів є багато більше, ніж просте навчання мистецтву красномовства. Вони навчали і просвітлювали давньогрецький народ, намагалися сприяти досягненню моральності, цілковитого самовладання, здатності розуму орієнтуватися у всякій справі. Але софісти були вченими. Уміння, яке повинно було бути досягнуто з їх допомогою, полягало в тому, що людина вчилася мати різні точки зору.

Основним напрямком діяльності софістів стала соціально-антропологічна проблема. Вони розглядали самопізнання людини, вчили сумніватися, але все ж, це дуже глибокі філософські проблеми, які стали основою для мислителів Європейської культури. Що стосується самих софізмів, то вони стали як би доповненням до софістики в цілому, якщо розглядати її як істинно філософське поняття.

Шляхи філософської думки в різні епохи мають щось спільне: так, зокрема, на зміну універсальним моделям буття приходять, як правило, навчання, які повстають проти метафізики, посилаючись на обмеженість людського пізнання.

Найбільш відома діяльність софістів Протагора з Абдеби, Горгія з Леонтіпе,Гіппія з Еліди і Продика з Кеоса. Найбільш шанованим з філософів, що мають ставлення до софістики, був Сократ (469-399 рр. до н. е.).
Він брав активну участь в суперечках і обговореннях софістів, але незабаром став критикувати їх вчення, софістику в цілому. Такому ж прикладу наслідували і його учні Ксенофонт і Платон.

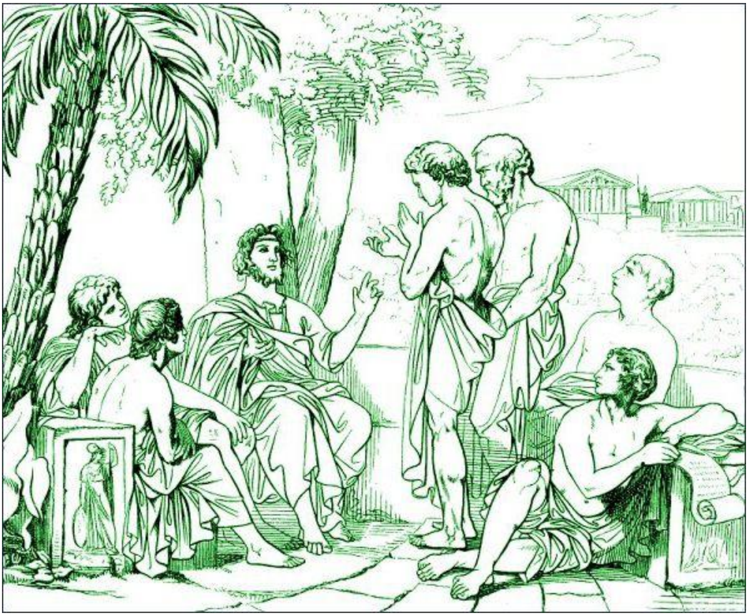
Для софістів характерно:

• прагнення усі перевірити на практиці, логічно довести правильність чи неправильність тієї чи іншої думки;

• заперечення старих традицій, звичок, правил, заснованих на недоведеному знанні;

• прагнення довести умовність та відностість норм моралі;

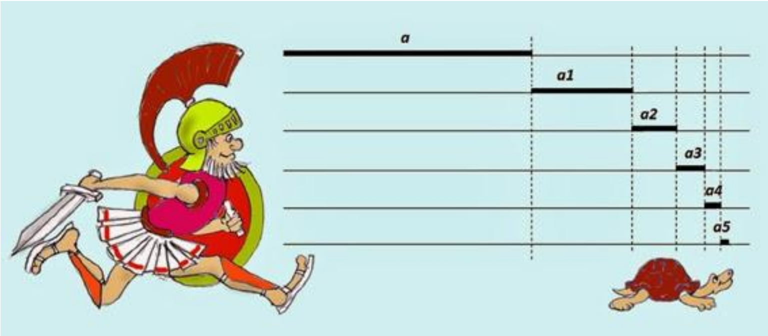
• суб'єктивізм в оцінках і судженнях, заперечення об'єктивного буття і спроби довести те, що дійсність існує тільки відносно людини.



Софізми, на які до сих пір немає відповідей.

1. «Ахіллес ніколи не наздожене черепаху».

Образ Ахіллеса узятий з «Іліади» Гомера, де герой



Ахіллес неодноразово іменується «Прудконогий». Сюжет софізму нагадує безуспішну погоню Ахіллеса за Гектором: «Гектора ж, у втечі переслідуючи, гнав Ахіллес невпинно. Немов як пес по горах молодого жене оленя ...»

Давньогрецький філософ Зенон доводив, що Ахіллес, один з найсильніших і хоробрих героїв, ніколи не наздожене черепаху, яка, як відомо, відрізняється вкрай повільною швидкістю пересування.

Ось приблизна схема міркувань Зенона. Припустимо, що Ахіллес і черепаха починають рух одночасно, і Ахіллес прагне наздогнати черепаху. Приймемо для визначеності, що Ахіллес рухається в 10 разів швидше черепахи, і що їх відділяють один від одного 100 кроків.

Коли Ахіллес пробіжить відстань в 100 кроків, що відокремлюють його від того місця, звідки почала рухатися черепаха, то в цьому місці він вже її не застане, так як вона пройде вперед відстань в 10 кроків. Коли Ахіллес пробіжить і ці 10 кроків, то і там черепахи вже не буде, оскільки вона встигне перейти на 1 крок вперед. Досягнувши і цього

місця, Ахіллес знову не знайде там черепахи, тому що вона встигне пройти відстань, рівну 1/10 кроку, і знову виявиться трохи попереду його. Це міркування можна продовжувати до нескінченності, і доведеться визнати, що прудконогий Ахіллес ніколи не наздожене повільно плазуючу черепаху.
Де помилка?

Розглянутий софізм Зенона навіть на сьогоднішній день далекий від свого остаточного вирішення. Ось деякі його аспекти, зазначені в книзі Мадера А. Г.,Мадера Д. А. «Математичні софізми»:
«Спочатку визначимо час t, за який Ахіллес наздожене черепаху. Легко находимо з рівняння $a + vt = wt$, де a - відстань між Ахіллесом і черепахою до початку руху, v і w - швидкості черепахи і Ахіллеса відповідно. Це час при прийнятих в софізмі умовах (v = 1 крок / сек і w = 10 кроків / сек) рівний 11,111111 ... сек».
Іншими словами, приблизно через 11,1 сек. Ахіллес наздожене черепаху.

Підійдемо тепер до тверджень софізму з точки зору математики. Простежимо логіку Зенона. Припустимо, що Ахіллес повинен пройти стільки ж відрізків, скільки їх пройде черепаха. Якщо черепаха до моменту зустрічі з Ахіллесом пройде m відрізків, то Ахіллес повинен пройти ті ж m відрізків плюс ще один відрізок, який поділяв їх до початку руху. Отже, ми приходимо до рівності $m = m + 1$, що неможливо. Звідси випливає, що Ахіллес ніколи не наздожене черепаху.

Отже, шлях, пройдений Ахіллесом, складається з нескінченної послідовності відрізків, які приймають нескінченний ряд значень. Труднощі, які виникають при оперуванні поняттями «безперервного» і «нескінченного» до сих пір не визначені, а розв'язання суперечностей, що містяться в них, послужило більш глибокого осмислення основ математики ».

Насправді, важко уявити собі Ахіллеса, який біжить відстань в одну тисячну міліметра. Таким чином, стає абсолютно ясно, що цей софізм Зенона виявляється правильною в теорії, але абсолютно невірною в практиці.

2. «Крокодил»

На березі річки стоять мати з дитиною, раптом до них підпливає крокодил і затягує дитину в воду. Невтішна мати просить повернути її чадо, на що крокодил відповідає, що згоден віддати його цілим і неушкодженим, якщо жінка правильно відповість на його питання: «Чи поверне він її дитину?». Зрозуміло, що у жінки два варіанти відповіді - так чи ні. Якщо вона стверджує, що крокодил віддасть їй дитину, то все залежить від тварини - врахувавши відповідь правдою, викрадач відпустить дитини, якщо ж він скаже, що мати помилилася, то дитини їй не бачити, згідно з усіма правилами договору.

Негативна відповідь жінки все значно ускладнює - якщо вонан виявляється вірною, викрадач повинен виконати умови угоди і відпустити дитя, але таким чином відповідь матері не відповідатиме дійсності. Щоб забезпечити брехливість такої відповіді, крокодилу потрібно повернути дитину матері, але це суперечить договору, адже її помилка повинна залишити чадо у крокодила.

Варто зазначити, що угода, запропонована крокодилом, містить логічне протиріччя, тому його обіцянку неможливо. Автором цього класичного софізму вважається оратор, мислитель і політичний діяч Коракс Сіракузького, що жив в V столітті до нашої ери.

Висновок.

Про математичні софізми можна говорити нескінченно багато, як і про математику в цілому. Софізми це суміш філософії і математики, яка не тільки допомагає розвивати логіку і шукати помилку в міркуваннях. Буквально згадавши, хто ж такі були софісти, можна зрозуміти, що основним завданням було осягнення філософії. Але тим не менше, в нашому сучасному світі, якщо і знаходяться люди, яким цікаві софізми, особливо математичні, то вони вивчають їх як явище тільки з боку математики, щоб поліпшити навички правильності і логічності міркувань.

Зрозуміти софізм як такого (вирішити його і знайти помилку) виходить не відразу.

Потрібні певний навик і кмітливість. Дослідити софізми дійсно дуже цікаво і незвично, часом сам потрапляєш на виверти софіста, на настільки бездоганність його міркувань. Перед тобою відкривається якийсь особливий світ міркувань, які воістину здаються вірними.

Завдяки софізмам можна навчитися шукати помилки в міркуваннях інших людей, навчиться грамотно будувати свої міркування і логічні пояснення.

Якщо є бажання, то можна стати майстерним софістом, домогтися виняткової майстерності в мистецтві красномовства або просто на дозвіллі перевірити свою кмітливість.

Список літератури.

1. А.Г. Мадера, Д.А. Мадера «Математичні софізми», Москва, «Просвещение», 2003р.

2. Ф.Ф. Нагібін, Е.С. Канін «Математична скринька», Москва, «Просвещение», 1988р.

3. «Велика енциклопедія Кирила і Мефодія» 2004р.

4. Савін А. П. «Енциклопедичний словник юного математика», Москва, «Педагогіка» 1989р.

5. Ахманов А. С. «Логічне вчення Аристотеля»

6. Брадис В. М., Мінковський В. Л., Харчева Л. К. «Помилки в математичних міркуваннях »

7. Пельман Я. І. «Цікава математика»

8. Ігнатьєв Є.І. «Математична кмітливість. Цікаві завдання, ігри, фокуси, парадокси ». - Москва, изд. «Омега», 1994.

Для

нотаток