

ВАРІАНТ 1

1. $\frac{65,8 + 77,2}{2} = \frac{143}{2} = 71,5$ (км/год).

Відповідь: Б.

2. $-4; -3; -2; -1$.

Відповідь: В.

3. Пряма є графіком функції $y = 4x - 7$.

Відповідь: А.

4. $10xy - 5y^2 = 5y(2x - y)$.

Відповідь: Г.

5. $x^2 + 7x = 0; x(x + 7) = 0; x_1 = 0; x_2 = -7$.

Відповідь: Б.

6. $2b + 16 = 0; 2b = -16; b = -8$.

Відповідь: Г.

7. $\frac{2}{-1} = \frac{-4}{2} = \frac{8}{-4} = -2$.

Відповідь: В.

8. $\frac{3-x}{4} < -2; 3-x < -8; x > 11; x \in (11; +\infty)$.

В-дь: А.

9. $O_1A = O_1O_2 - AO_2 = 8 - 2 = 6$ (см).

В-дь: Б.

	А	Б	В	Г
1		X		
2			X	
3	X			
4				X
5		X		
6				X
7			X	
8	X			
9		X		
10	X			
11				X
12			X	

10. $BC = \sqrt{BO^2 + OC^2} = \sqrt{\left(\frac{BD}{2}\right)^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{14}{2}\right)^2 + \left(\frac{48}{2}\right)^2} =$

$= \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$ (см).

Відповідь: А.

11. $\vec{c} = -\frac{1}{3}(-9; 6) = (3; -2)$.

Відповідь: Г.

12. Якщо один з кутів паралелограма дорівнює 45° , то сусідній — $\alpha = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$. Більша діагональ лежить проти більшого кута. За теоремою косинусів $AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cos \alpha; AC^2 = (3\sqrt{2})^2 + 1^2 -$

$-2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 1 \cdot \cos 135^\circ = 18 + 1 - 6\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 19 + 6 = 25; AC = 5$ (см). В-дь: В.

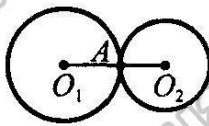


Рис. до № 9

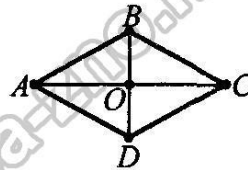


Рис. до № 10

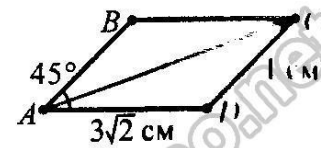


Рис. до № 12

13. $2^{-3} \cdot 4^8 : 8^5 = 2^{-3} \cdot 2^{16} : 2^{15} = 2^{-3+16-15} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0,25$. Відповідь: 0,25

14. $2,5\sqrt{12} + \frac{2}{3}\sqrt{27} - 0,8\sqrt{75} = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

Відповідь: $3\sqrt{3}$

15. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вниз, тому найбільше значення міститься у вершині параболі. $x_b = -\frac{b}{2a}; x_b = -\frac{1}{2 \cdot (-1)} = 1$.

$$y(1) = -1^2 + 2 \cdot 1 - 7 = -1 + 2 - 7 = -6.$$

Відповідь: -6.

16. $C(x; 0)$ — точка на осі абсцис. $MC^2 = (3-x)^2 + (5-0)^2 = 9 - 6x + x^2 + 25 =$

$$= x^2 - 6x + 34; CN^2 = (5-x)^2 + (1-0)^2 = 25 - 10x + x^2 + 1 = x^2 - 10x + 26;$$

$$MC^2 = CN^2. \text{ Тоді } x^2 - 6x + 34 = x^2 - 10x + 26; 4x = -8; x = -2. \text{ Отже,}$$

$$C(-2; 0).$$

Відповідь: (-2; 0).

17. Нехай x — чисельник звичайного дробу, тоді $x + 2$ — його знаменник.

Отже, шуканий дріб $\frac{x}{x+2}$. Якщо від чисельника відняти 2, а до зна-

менника додати 5, то одержимо дріб $\frac{x-2}{(x+2)+5}$. Одержимо рівняння:

$$\frac{x}{x+2} - \frac{x-2}{(x+2)+5} = \frac{1}{2}; \frac{2x(x+7) - 2(x-2)(x+2) - (x+2)(x+7)}{2(x+2)(x+7)} = 0;$$

$$\frac{2x^2 + 14x - 2x^2 + 8 - x^2 - 9x - 14}{2(x+2)(x+7)} = 0; \frac{-x^2 + 5x - 6}{2(x+2)(x+7)} = 0; \begin{cases} x^2 - 5x + 6 = 0, \\ x \neq -2; x \neq -7; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)(x-3) = 0, \\ x \neq -2; x \neq -7; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 2; x_2 = 3, \\ x \neq -2; x \neq -7; \end{cases} x_1 = 2; x_2 = 3. \text{ Дріб нескоротний, тому}$$

$x_1 = 2$ не задовольняє умову задачі. Отже, дріб дорівнює $\frac{3}{5}$. Відповідь: $\frac{3}{5}$.

18. $\begin{cases} 3xy + x = 8, \\ 3xy + y = 7; \end{cases} \begin{cases} x - y = 1, \\ y(3x + 1) = 7; \end{cases} \begin{cases} x = 1 + y, \\ y(3 + 3y + 1) = 7; \end{cases} \begin{cases} x = 1 + y, \\ 3y^2 + 4y - 7 = 0; \end{cases} D = 4^2 -$

$$-4 \cdot 3 \cdot (-7) = 16 + 84 = 100; y_1 = \frac{-4 - 10}{2 \cdot 3} = -\frac{7}{3}; y_2 = \frac{-4 + 10}{2 \cdot 3} = 1; \text{ тоді}$$

$$x_1 = -\frac{4}{3}; x_2 = 2. \text{ Отже, } (2; 1); \left(-\frac{4}{3}; -\frac{7}{3}\right). \text{ Відповідь: } (2; 1); \left(-\frac{4}{3}; -\frac{7}{3}\right).$$

19. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD \parallel BC$,

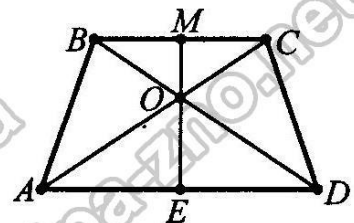
$AB = CD$), $BC = 8$ см, $OM \perp BC$, $OM = 2$ см, $OE \perp AD$,

$OE = 3$ см. Оскільки $BC \parallel AD$ і $OM \perp BC$, то $OM \perp AD$.

Аналогічно $OE \perp BC$. Отже, ME — висота трапеції,

$ME = MO + OE = 2 + 3 = 5$ (см). Оскільки трапеція

рівнобічна, то $BM = MC = 4$ см, $AE = ED$. $\angle BCA = \angle DAC$ як кути перетину паралельних прямих BC і AD січною AC . $\triangle AEO \sim \triangle CMO$ (за двома ку-



тами). $\frac{AE}{MC} = \frac{OE}{OM}$; $AE = \frac{MC \cdot OE}{OM} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ (см). $AD = 2AE = 2 \cdot 6 =$

$$= 12 \text{ (см)}. S_{\text{тр.}} = \frac{BC + AD}{2} \cdot ME = \frac{8 + 12}{2} \cdot 5 = 50 \text{ (см}^2\text{)}. \text{ Відповідь: } 50 \text{ см}^2.$$

ВАРІАНТ 2

1. $\frac{64,3 + 78,7}{2} = \frac{143}{2} = 71,5$ (кг).

Відповідь: В.

2. $-5; -4; -3; -2; -1$.

Відповідь: Б.

3. Парабола є графіком функції $y = 3x^2$.

Відповідь: Г.

4. $15a^2 - 5ab = 5a(3a - b)$.

Відповідь: А.

5. $x^2 - 5x = 0; x(x - 5) = 0; x_1 = 0; x_2 = 5$.

Відповідь: Г.

6. $2a + 6 = 0; 2a = -6; a = -3$.

Відповідь: В.

7. $2 - 4 = 0 - 2 = -2 - 0 = -2$.

Відповідь: Б.

8. $\frac{5-x}{2} < -4; 5-x < -8; x > 13; x \in (13; +\infty)$.

В-дь: А.

9. $O_1O_2 = O_1B - O_2B = 10 - 2 = 8$ (см).

В-дь: В.

	А	Б	В	Г
1			X	
2		X		
3				X
4	X			
5				X
6			X	
7		X		
8	X			
9			X	
10				X
11	X			
12		X		

10. $BO = \sqrt{BC^2 - OC^2} = \sqrt{BC^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{13^2 - \left(\frac{24}{2}\right)^2} =$

$= \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ (см). $BD = 2BO = 2 \cdot 5 = 10$ (см). Відповідь: Г.

11. $\vec{a} = -\frac{1}{2}(-8; 4) = (4; -2)$.

Відповідь: А.

12. Якщо один з кутів паралелограма дорівнює 30° , то сусідній — $\alpha = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$. Більша діагональ лежить проти більшого кута. За теоремою косинусів $AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cos \alpha$; $AC^2 = (7\sqrt{3})^2 + 1^2 -$

$-2 \cdot 7\sqrt{3} \cdot 1 \cdot \cos 150^\circ = 147 + 1 - 14\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 148 + 21 = 169$; $AC = 13$ (см). В-дь: Б.

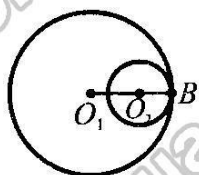


Рис. до № 9

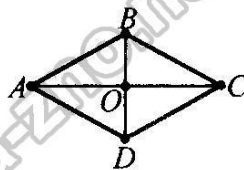


Рис. до № 10

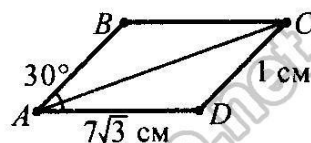


Рис. до № 12

13. $3^{-5} \cdot 9^9 : 27^5 = 3^{-5} \cdot 3^{18} : 3^{15} = 3^{-5+18-15} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$.

Відповідь: $\frac{1}{9}$.

14. $0,6\sqrt{50} - \frac{2}{3}\sqrt{18} + 1,5\sqrt{8} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

Відповідь: $4\sqrt{2}$.

15. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору, тому найменше значення міститься у вершині параболи. $x_в = -\frac{b}{2a}$; $x_в = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$;

$$y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 1 = 4 - 8 + 1 = -3.$$

Відповідь: -3.

16. $C(0; y)$ — точка на осі ординат. $AC^2 = (3-0)^2 + (2-y)^2 = 9 + 4 - 4y + y^2 = y^2 - 4y + 13$; $BC^2 = (7-0)^2 + (6-y)^2 = 49 + 36 - 12y + y^2 = y^2 - 12y + 85$; $AC^2 = BC^2$. Тоді $y^2 - 4y + 13 = y^2 - 12y + 85$; $8y = 72$; $y = 9$. Отже, $C(0; 9)$.

Відповідь: (0; 9).

17. Нехай x — чисельник звичайного дробу, тоді $x + 2$ — його знаменник.

Отже, шуканий дріб — $\frac{x}{x+2}$. Якщо до чисельника додати 1, а до знаменника — 10, то одержимо дріб $\frac{x+1}{(x+2)+10}$. Одержимо рівняння:

$$\frac{x}{x+2} - \frac{x+1}{(x+2)+10} = \frac{1}{3}; \quad \frac{3x(x+12) - 3(x+1)(x+2) - (x+2)(x+12)}{3(x+2)(x+12)} = 0;$$

$$\frac{3x^2 + 36x - 3x^2 - 9x - 6 - x^2 - 14x - 24}{3(x+2)(x+12)} = 0; \quad \frac{-x^2 + 13x - 30}{3(x+2)(x+12)} = 0;$$

$$\frac{3x^2 + 36x - 3x^2 - 9x - 6 - x^2 - 14x - 24}{3(x+2)(x+12)} = 0; \quad \frac{-x^2 + 13x - 30}{3(x+2)(x+12)} = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 - 13x + 30 = 0, \\ x \neq -2; x \neq -8; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 3; x_2 = 10, \\ x \neq -2; x \neq -8; \end{cases} \quad x_1 = 3; x_2 = 10. \text{ Дріб нескоротний, тому}$$

$x_2 = 10$ не задовольняє умову задачі. Отже, дріб дорівнює $\frac{3}{5}$. В-дь: $\frac{3}{5}$.

18. $\begin{cases} y + 2xy = 7, \\ x + 2xy = 9; \end{cases} \quad \begin{cases} y - x = -2, \\ x(1 + 2y) = 9; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 2, \\ (y + 2)(1 + 2y) = 9; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 2, \\ 2y^2 + 5y - 7 = 0; \end{cases}$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 25 + 56 = 81; \quad y_1 = \frac{-5 - 9}{2 \cdot 2} = -3,5; \quad y_2 = \frac{-5 + 9}{2 \cdot 2} = 1; \text{ тоді}$$

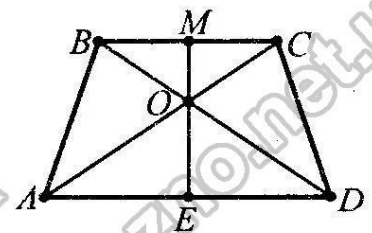
$x_1 = -1,5; x_2 = 3$. Отже, $(-1,5; -3,5); (3; 1)$. Відповідь: $(-1,5; -3,5); (3; 1)$.

19. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD \parallel BC$, $AB = CD$), $AD = 16$ см, $OM \perp BC$, $OM = 3$ см, $OE \perp AD$, $OE = 4$ см. Оскільки $BC \parallel AD$ і $OM \perp BC$, то $OM \perp AD$.

Аналогічно $OE \perp BC$. Отже, ME — висота трапеції,

$ME = MO + OE = 3 + 4 = 7$ (см). Оскільки трапеція

рівнобічна, то $AE = ED = 8$ см, $BM = MC$. $\angle BCA = \angle DAC$ як кути перетину паралельних прямих BC і AD січною AC . $\triangle AEO \sim \triangle CMO$ (за двома ку-



тами). $\frac{MC}{AE} = \frac{MO}{OE}$; $MC = \frac{AE \cdot MO}{OE} = \frac{8 \cdot 3}{4} = 6$ (см). $BC = 2MC = 2 \cdot 6 =$

$= 12$ (см). $S_{\text{тр}} = \frac{BC + AD}{2} \cdot ME = \frac{12 + 16}{2} \cdot 7 = 98$ (см²). Відповідь: 98 см².

ВАРІАНТ 3

1. $\frac{23,7 + 29,3}{2} = \frac{53}{2} = 26,5$ (тис. грн).

Відповідь: Г.

2. $-4; -3; -2; -1$.

Відповідь: А.

3. Гіпербола є графіком функції $y = \frac{6}{x}$.

Відповідь: Б.

4. $12ab - 4a^2 = 4a(3b - a)$.

Відповідь: В.

5. $x^2 - 6x = 0; x(x - 6) = 0; x_1 = 0; x_2 = 6$.

Відповідь: А.

6. $3t - 15 = 0; 3t = 15; t = 5$.

Відповідь: Б.

7. $3 - 6 = 0 - 3 = -3 - 0 = -3$.

Відповідь: Г.

8. $\frac{8-x}{3} > -2; 8-x > -6; x < 14; x \in (-\infty; 14)$.

В-дь: В.

9. $O_1O_2 = O_1C - O_2C = 8 - 2 = 6$ (см).

В-дь: А.

	А	Б	В	Г
1				X
2	X			
3		X		
4			X	
5	X			
6		X		
7				X
8			X	
9	X			
10		X		
11			X	
12				X

10. $BC = \sqrt{BO^2 + OC^2} = \sqrt{\left(\frac{BD}{2}\right)^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + \left(\frac{24}{2}\right)^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$ (см).

Відповідь: Б.

11. $\vec{a} = -\frac{1}{3}(9; -12) = (-3; 4)$.

Відповідь: В.

12. Якщо один з кутів паралелограма дорівнює 150° , то сусідній — $\alpha = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$. Менша діагональ лежить проти меншого кута. За теоремою косинусів $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cos \alpha; BD^2 = (8\sqrt{3})^2 + 1^2 -$

$-2 \cdot 8\sqrt{3} \cdot 1 \cdot \cos 30^\circ = 192 + 1 - 16\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 193 - 24 = 169; BD = 13$ (см). В-дь: Г.

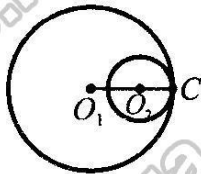


Рис. до № 9

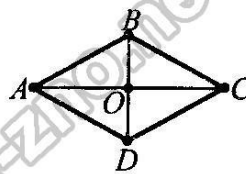


Рис. до № 10

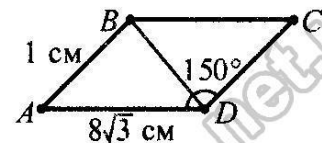


Рис. до № 12

13. $2^{-6} \cdot 8^7 : 4^9 = 2^{-6} \cdot 2^{21} : 2^{18} = 2^{-6+21-18} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$.

Відповідь: $\frac{1}{8}$.

14. $0,6\sqrt{75} - \frac{2}{3}\sqrt{27} + 1,5\sqrt{12} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.

Відповідь: $4\sqrt{3}$.

15. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору, тому найменше значення міститься у вершині параболі. $x_в = -\frac{b}{2a}; x_в = \frac{-6}{2 \cdot 1} = 3;$

$$y(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 2 = 9 - 18 + 2 = -7.$$

Відповідь: -7 .

16. $C(x; 0)$ — точка на осі абсцис. $AC^2 = (1-x)^2 + (3-0)^2 = 1 - 2x + x^2 + 9 = x^2 - 2x + 10$; $CB^2 = (5-x)^2 + (7-0)^2 = 25 - 10x + x^2 + 49 = x^2 - 10x + 74$; $AC^2 = CB^2$. Тоді $x^2 - 2x + 10 = x^2 - 10x + 74$; $8x = 64$; $x = 8$. Отже, $C(8; 0)$.

Відповідь: $(8; 0)$.

17. Нехай x — чисельник звичайного дробу, тоді $x + 3$ — його знаменник.

Отже, шуканий дріб $\frac{x}{x+3}$. Якщо до чисельника додати 9, а до зна-

менника — 10, то одержимо дріб $\frac{x+9}{(x+3)+10}$. Одержимо рівняння:

$$\frac{x+9}{(x+3)+10} - \frac{x}{x+3} = \frac{1}{3}; \quad \frac{3(x+9)(x+3) - 3x(x+13) - (x+3)(x+13)}{3(x+3)(x+13)} = 0;$$

$$\frac{3x^2 + 36x + 81 - 3x^2 - 39x - x^2 - 16x - 39}{3(x+3)(x+13)} = 0; \quad \frac{-x^2 - 19x + 42}{3(x+3)(x+13)} = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 + 19x - 42 = 0, \\ x \neq -3; x \neq -13; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 2; x_2 = -21, \\ x \neq -3; x \neq -13; \end{cases} \quad x_1 = 2; x_2 = -21. \text{ Дріб нескоротний, то-}$$

му $x_2 = -21$ не задовольняє умову задачі. Отже, дріб дорівнює $\frac{2}{5}$. В-дь: $\frac{2}{5}$.

18. $\begin{cases} 2xy + y = 5, \\ 2xy + x = 6; \end{cases} \begin{cases} y - x = -1, \\ x(2y + 1) = 6; \end{cases} \begin{cases} x = y + 1, \\ (y + 1)(2y + 1) = 6; \end{cases} \begin{cases} x = y + 1, \\ 2y^2 + 3y - 5 = 0; \end{cases}$

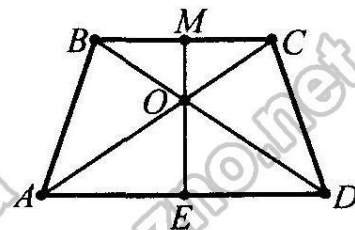
$$D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 9 + 40 = 49; \quad y_1 = \frac{-3-7}{2 \cdot 2} = -2,5; \quad y_2 = \frac{-3+7}{2 \cdot 2} = 1; \text{ тоді}$$

$x_1 = -1,5; x_2 = 2$. Отже, $(-1,5; -2,5); (2; 1)$. Відповідь: $(-1,5; -2,5); (2; 1)$.

19. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD \parallel BC$, $AB = CD$), $BC = 4$ см, $OM \perp BC$, $OM = 2$ см, $OE \perp AD$, $OE = 5$ см. Оскільки $BC \parallel AD$ і $OM \perp BC$, то $OM \perp AD$.

Аналогічно $OE \perp BC$. Отже, ME — висота трапеції, $ME = MO + OE = 2 + 5 = 7$ (см). Оскільки трапеція

рівнобічна, то $BM = MC = 2$ см, $AE = ED$. $\angle BCA = \angle DAC$ як кути перетину паралельних прямих BC і AD січною AC . $\triangle AEO \sim \triangle CMO$ (за двома ку-



тами). $\frac{AE}{MC} = \frac{OE}{OM}$; $AE = \frac{MC \cdot OE}{OM} = \frac{2 \cdot 5}{2} = 5$ (см). $AD = 2AE = 2 \cdot 5 =$

$$= 10 \text{ (см)}. \quad S_{\text{тр.}} = \frac{BC + AD}{2} \cdot ME = \frac{4 + 10}{2} \cdot 7 = 49 \text{ (см}^2\text{)}. \quad \text{Відповідь: } 49 \text{ см}^2.$$

ВАРІАНТ 4

1. $\frac{63,6 + 73,4}{2} = \frac{137}{2} = 68,5$ (км/год).

Відповідь: А.

2. $-5; -4; -3; -2; -1$.

Відповідь: Г.

3. Пряма є графіком функції $y = 2x + 1$.

Відповідь: В.

4. $10x^2 - 2xy = 2x(5x - y)$.

Відповідь: Б.

5. $x^2 + 4x = 0; x(x + 4) = 0; x_1 = 0; x_2 = -4$.

Відповідь: В.

6. $4d - 24 = 0; 4d = 24; d = 6$.

Відповідь: А.

7. $\frac{3}{-1} = \frac{-9}{3} = \frac{27}{-9} = -3$.

Відповідь: В.

8. $\frac{7-x}{4} > -3; 7-x > -12; x < 19; x \in (-\infty; 19)$.

В-дь: Г.

9. $O_2K = O_1O_2 - O_1K = 12 - 2 = 10$ (см).

В-дь: Г.

	А	Б	В	Г
1	X			
2				X
3			X	
4		X		
5			X	
6	X			
7			X	
8				X
9				X
10			X	
11		X		
12	X			

10. $BO = \sqrt{BC^2 - OC^2} = \sqrt{BC^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{10^2 - \left(\frac{16}{2}\right)^2} =$

$= \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$ (см). $BD = 2BO = 2 \cdot 6 = 12$ (см). Відповідь: В.

11. $\vec{b} = -\frac{1}{2}(8; -2) = (-4; 1)$.

Відповідь: Б.

12. Якщо один з кутів паралелограма дорівнює 135° , то сусідній — $\alpha = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$. Менша діагональ лежить проти меншого кута. За теоремою

косинусів $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cos \alpha; BD^2 = (4\sqrt{2})^2 + 1^2 -$

$-2 \cdot 4\sqrt{2} \cdot 1 \cdot \cos 45^\circ = 32 + 1 - 8\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 33 - 8 = 25; BD = 5$ (см). В-дь: А.

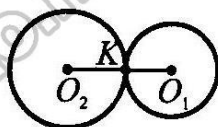


Рис. до № 9

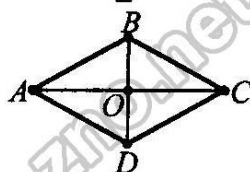


Рис. до № 10

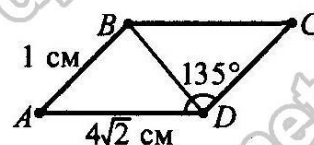


Рис. до № 12

13. $3^{-5} \cdot 27^6 : 9^8 = 3^{-5} \cdot 3^{18} : 3^{16} = 3^{-5+18-16} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$.

Відповідь: $\frac{1}{27}$.

14. $0,8\sqrt{50} + \frac{2}{3}\sqrt{18} - 1,5\sqrt{8} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

Відповідь: $3\sqrt{2}$.

15. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вниз, тому найбільше

значення міститься у вершині параболи. $x_v = -\frac{b}{2a}; x_v = -\frac{4}{2 \cdot (-1)} = 2;$

$$y(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 - 5 = -4 + 8 - 5 = -1.$$

Відповідь: -1 .

16. $A(0; y)$ — точка на осі ординат. $CA^2 = (5-0)^2 + (4-y)^2 = 25 + 16 - 8y + y^2 = y^2 - 8y + 41$; $DA^2 = (1-0)^2 + (6-y)^2 = 1 + 36 - 12y + y^2 = y^2 - 12y + 37$;

$CA^2 = DA^2$. Тоді $y^2 - 8y + 41 = y^2 - 12y + 37$; $4y = -4$; $y = -1$. Отже, $A(0; -1)$.

Відповідь: $(0; -1)$.

17. Нехай x — чисельник звичайного дробу, тоді $x + 3$ — його знаменник.

Отже, шуканий дріб — $\frac{x}{x+3}$. Якщо до чисельника додати 7, а до знаменника — 5, то одержимо дріб $\frac{x+7}{(x+3)+5}$. Одержимо рівняння:

$$\frac{x+7}{(x+3)+5} - \frac{x}{x+3} = \frac{1}{2}; \quad \frac{2(x+7)(x+3) - 2x(x+8) - (x+3)(x+8)}{2(x+3)(x+8)} = 0;$$

$$\frac{2x^2 + 20x + 42 - 2x^2 - 16x - x^2 - 11x - 24}{2(x+3)(x+8)} = 0; \quad \frac{-x^2 - 7x + 18}{2(x+3)(x+8)} = 0;$$

$$\frac{2x^2 + 20x + 42 - 2x^2 - 16x - x^2 - 11x - 24}{2(x+3)(x+8)} = 0; \quad \frac{-x^2 - 7x + 18}{2(x+3)(x+8)} = 0;$$

$$\begin{cases} (x+9)(x-2) = 0, \\ x \neq -3; x \neq -8; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -9; x_2 = 2, \\ x \neq -3; x \neq -8; \end{cases} \quad x_1 = -9; x_2 = 2. \text{ Дріб нескоротний, тому}$$

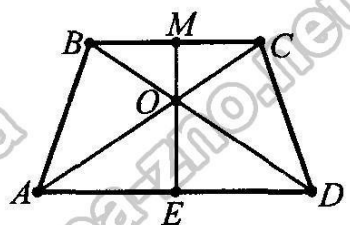
$x_1 = -9$ не задовольняє умову задачі. Отже, дріб дорівнює $\frac{2}{5}$. В-дь: $\frac{2}{5}$.

18. $\begin{cases} x + 3xy = 12, \\ y + 3xy = 10; \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 2, \\ y(1 + 3x) = 10; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 2, \\ y(1 + 3y + 6) = 10; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 2, \\ 3y^2 + 7y - 10 = 0; \end{cases}$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10) = 49 + 120 = 169; \quad y_1 = \frac{-7 - 13}{2 \cdot 3} = -\frac{10}{3}; \quad y_2 = \frac{-7 + 13}{2 \cdot 3} = 1;$$

тоді $x_1 = -\frac{4}{3}$; $x_2 = 3$. Отже, $\left(-\frac{4}{3}; -\frac{10}{3}\right)$; $(3; 1)$. В-дь: $\left(-\frac{4}{3}; -\frac{10}{3}\right)$; $(3; 1)$.

19. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD \parallel BC$, $AB = CD$), $AD = 10$ см, $OM \perp BC$, $OM = 3$ см, $OE \perp AD$, $OE = 5$ см. Оскільки $BC \parallel AD$ і $OM \perp BC$, то $OM \perp AD$.



Аналогічно $OE \perp BC$. Отже, ME — висота трапеції, $ME = MO + OE = 3 + 5 = 8$ (см). Оскільки трапеція рівнобічна, то $AE = ED = 5$ см, $BM = MC$. $\angle BSA = \angle DAC$ як кути перетину паралельних прямих BC і AD січною AC . $\triangle AEO \sim \triangle CMO$ (за двома ку-

тами). $\frac{MC}{AE} = \frac{MO}{OE}$; $MC = \frac{AE \cdot MO}{OE} = \frac{5 \cdot 3}{5} = 3$ (см). $BC = 2MC = 2 \cdot 3 =$

$= 6$ (см). $S_{тр.} = \frac{BC + AD}{2} \cdot ME = \frac{6 + 10}{2} \cdot 8 = 64$ (см²). Відповідь: 64 см².

ВАРІАНТ 5

1. На малюнку заштриховано $\frac{5}{8}$ частин круга. *В-дь: А.*

2. $1,5 \text{ кг} : 10 \cdot 8 = 1,2 \text{ кг}$.

Відповідь: В.

3. Число -7 є коренем рівняння $8x = -56$, бо $8 \cdot (-7) = -56$.

Відповідь: Б.

4. $(2m - x)(2m + x) + x^2 = (2m)^2 - x^2 + x^2 = 4m^2$.

Відповідь: Г.

5. $4\sqrt{5} - \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$.

Відповідь: Б.

6. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-8+5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$.

Відповідь: В.

7. $x^2 - 49 > 0$; $(x + 7)(x - 7) > 0$; $x \in (-\infty; -7) \cup (7; +\infty)$.

Відповідь: В.

	А	Б	В	Г
1	X			
2			X	
3		X		
4				X
5		X		
6			X	
7			X	
8	X			
9				X
10		X		
11	X			
12			X	

8. Числами, кратними 7, є: 7, 14, 21, 28 — усього 4 числа. $P = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$.

Відповідь: А.

9. $\angle x = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$.

Відповідь: Г.

10. $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$. $\cos \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$.

Відповідь: Б.

11. $x_{\text{cp}} = \frac{4 + (-8)}{2} = -2$; $y_{\text{cp}} = \frac{-1 + 7}{2} = 3$. $O(-2; 3)$.

Відповідь: А.

12. $\pi r^2 = 16\pi$; $r^2 = 16$; $r = 4$ (см) — радіус круга; $a = 2 \cdot 4 = 8$ (см) — сторона квадрата.

Відповідь: В.

13.
$$\left(\frac{x-2y}{x^2+2xy} - \frac{x+2y}{x^2-2xy}\right) : \frac{4y^2}{4y^2-x^2} = \left(\frac{x-2y}{x(x+2y)} - \frac{x+2y}{x(x-2y)}\right) \cdot \frac{4y^2-x^2}{4y^2} =$$

$$= \frac{(x-2y)^2 - (x+2y)^2}{x(x+2y)(x-2y)} \cdot \frac{x^2-4y^2}{4y^2} = \frac{(x-2y-x-2y) \cdot (x-2y+x+2y)}{x(x+2y)(x-2y)} \cdot \frac{x^2-4y^2}{4y^2} =$$

$$= \frac{-8xy}{x(x+2y)(x-2y)} \cdot \frac{(x+2y)(x-2y)}{4y^2} = \frac{2}{y}$$

Відповідь: $\frac{2}{y}$

14. $\frac{16-3x}{3} - \frac{3x+7}{4} > 0 \mid \cdot 12$; $4(16-3x) - 3(3x+7) > 0$; $64 - 12x - 9x - 21 > 0$;

$-21x > -43$; $x < \frac{43}{21}$; $x < 2\frac{1}{21}$. Найбільшим цілим значенням x є число 2.

Відповідь: 2.

15. $y = 3x^2 - 6x + 1$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору.

Координати її вершини: $x_v = -\frac{-6}{2 \cdot 3} = 1$; $y_v = y(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 1 = -2$.

Область значень функції $y \in [-2; +\infty)$.

Відповідь: $[-2; +\infty)$.

16. Вектори $\vec{a}(2m; -1)$ і $\vec{b}(-8; m)$ будуть колінеарними, якщо їх відповідні

координати пропорційні: $\frac{2m}{-8} = \frac{-1}{m}$; $2m^2 = 8$; $m^2 = 4$. $m_1 = -2$, $m_2 = 2$.

Відповідь: $-2; 2$.

17. Нехай x км/год — швидкість велосипедиста. Тоді швидкість мотоцикліста $(x + 45)$ км/год. Відстань між містами велосипедист проїхав за

$\frac{60}{x}$ год, а мотоцикліст — за $\frac{60}{x+45}$ год. Отримуємо рівняння:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+45} = 3. \quad \frac{20}{x} - \frac{20}{x+45} - 1 = 0; \quad \frac{20(x+45) - 20x - x(x+45)}{x(x+45)} = 0;$$

$$\frac{x^2 + 45x - 900}{x(x+45)} = 0; \quad \begin{cases} x^2 + 45x - 900 = 0, \\ x(x+45) \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 15; x_2 = -60, \\ x \neq 0; x \neq -45; \end{cases} \quad x_2 \text{ — не задо-}$$

вольняє умову задачі (оскільки $x_2 < 0$).

Отже, швидкість велосипедиста 15 км/год.

Відповідь: 15 км/год.

18.
$$\begin{cases} x + xy + 3y = 3, \\ 2x - xy - y = -2; \end{cases} \quad \begin{cases} x + xy + 3y = 3, \\ 3x + 2y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + x \cdot \frac{1-3x}{2} + 3 \cdot \frac{1-3x}{2} = 3, \\ y = \frac{1-3x}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + x - 3x^2 + 3 - 9x - 6 = 0, \\ y = \frac{1-3x}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} -3x^2 - 6x - 3 = 0, \\ y = \frac{1-3x}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2x + 1 = 0, \\ y = 0,5(1-3x); \end{cases} \quad \begin{cases} (x+1)^2 = 0, \\ y = 0,5(1-3x); \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1, \\ y = 2. \end{cases}$$

Відповідь: $(-1; 2)$.

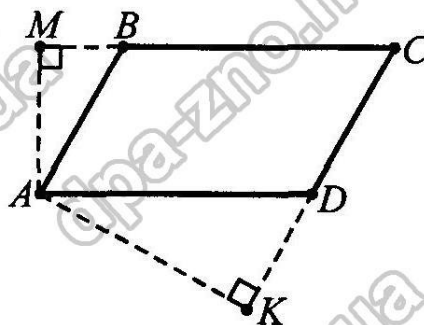
19. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, у якого

AK і AM — висоти, $\angle A : \angle B = 2 : 3$. Нехай

$\angle A = 2x$, тоді $\angle B = 3x$. За властивістю кутів паралелограма $2x + 3x = 180^\circ$; $5x = 180^\circ$; $x = 36^\circ$.

Отже, $\angle A = \angle C = 2 \cdot 36^\circ = 72^\circ$. З чотирикутника $AMCK$ $\angle MAK = 360^\circ - \angle M - \angle C - \angle K =$
 $= 360^\circ - 90^\circ - 72^\circ - 90^\circ = 108^\circ$.

Відповідь: 108° .



ВАРІАНТ 6

1. На малюнку заштриховано $\frac{3}{5}$ частин прямокутника.

	А	Б	В	Г
1		X		
2	X			
3				X
4			X	
5	X			
6		X		
7	X			
8			X	
9		X		
10				X
11			X	
12			X	

Відповідь: Б.

2. $1,5 \text{ год} : 10 \cdot 12 = 1,8 \text{ год}$.

Відповідь: А.

3. Число 6 є коренем рівняння $-5x = -30$, бо $-5 \cdot 6 = -30$.

Відповідь: Г.

4. $(a - 3b)(a + 3b) - a^2 = a^2 - (3b)^2 - a^2 = -9b^2$.

Відповідь: В.

5. $7\sqrt{3} + \sqrt{3} = 8\sqrt{3}$.

Відповідь: А.

6. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-7+5} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$.

Відповідь: Б.

7. $x^2 - 36 < 0$; $(x + 6)(x - 6) < 0$; $x \in (-6; 6)$.

Відповідь: А.

8. Числами, кратними 7 є: 7, 14 — усього 2 числа. $P = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$. Відповідь: В.

9. $\angle x = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$.

Відповідь: Б.

10. $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$. $\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{15}{17}$. Відповідь: Г.

11. $x_{\text{сп}} = \frac{-6+2}{2} = -2$; $y_{\text{сп}} = \frac{11+(-5)}{2} = 3$. $O(-2; 3)$.

Відповідь: В.

12. $r = 6 : 2 = 3$ (см) — радіус круга; $S = \pi r^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$ (см²). Відповідь: В.

13. $\left(\frac{a-3b}{a^2+3ab} - \frac{a+3b}{a^2-3ab}\right) : \frac{4b^2}{9b^2-a^2} = \left(\frac{a-3b}{a(a+3b)} - \frac{a+3b}{a(a-3b)}\right) \cdot \frac{9b^2-a^2}{4b^2} =$

$$= \frac{(a-3b)^2 - (a+3b)^2}{a(a+3b)(a-3b)} \cdot \frac{a^2-9b^2}{4b^2} = \frac{(a-3b-a-3b) \cdot (a-3b+a+3b)}{a(a+3b)(a-3b)} \cdot \frac{a^2-9b^2}{4b^2} =$$

$$= \frac{-12ab}{a(a+3b)(a-3b)} \cdot \frac{(a+3b)(a-3b)}{4b^2} = \frac{3}{b}$$

Відповідь: $\frac{3}{b}$.

14. $\frac{17-3x}{4} - \frac{2x+5}{3} < 0 \mid \cdot 12$; $3(17-3x) - 4(2x+5) < 0$; $51 - 9x - 8x - 20 < 0$;

$-17x < -31$; $x > \frac{31}{17}$; $x > 1\frac{14}{17}$. Найменше значення $x = 2$.

Відповідь: 2.

15. $y = 2x^2 - 8x + 1$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору.

Координати її вершини: $x_v = -\frac{-8}{2 \cdot 2} = 2$; $y_v = y(2) = 2 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 +$

$+ 1 = -7$. Область значень функції $y \in [-7; +\infty)$. *Відповідь:* $[-7; +\infty)$.

16. Вектори $\vec{n}(2a; -6)$ і $\vec{m}(-3; a)$ будуть колінеарними, якщо їх відповідні

координати пропорційні: $\frac{2a}{-3} = \frac{-6}{a}$; $2a^2 = 18$; $a^2 = 9$. $a_1 = -3$, $a_2 = 3$.

Відповідь: $-3; 3$.

17. Нехай x км/год — швидкість першого автомобіля. Тоді швидкість друго-

го — $(x - 10)$ км/год. Відстань між містами перший автомобіль проїхав за $\frac{560}{x}$ год, а другий автомобіль — за $\frac{560}{x-10}$ год.

Отримуємо рівняння: $\frac{560}{x-10} - \frac{560}{x} = 1$. $\frac{560x - 560(x-10) - x(x-10)}{(x-10)x} = 0$.

$\frac{x^2 - 10x - 5600}{(x-10)x} = 0$. $\begin{cases} x_1 = 80; x_2 = -70, \\ x \neq 0; x \neq 10; \end{cases}$ x_2 — не задовольняє умову задачі.

Отже, швидкість першого автомобіля 80 км/год, другого — $80 - 10 = 70$ (км/год).

Відповідь: 80 км/год і 70 км/год.

18. $\begin{cases} y - xy - 3x = 3, \\ 2y + xy + x = -2; \end{cases} \begin{cases} y - xy - 3x = 3, \\ 3y - 2x = 1; \end{cases} \begin{cases} y - xy - 3x = 3, \\ x = 0,5(3y - 1); \end{cases}$

$\begin{cases} y - y \cdot 0,5(3y - 1) - 3 \cdot 0,5(3y - 1) = 3, \\ x = 0,5(3y - 1); \end{cases} \begin{cases} 2y - y(3y - 1) - (9y - 3) - 6 = 0, \\ x = 0,5(3y - 1); \end{cases}$

$\begin{cases} -3y^2 - 6y - 3 = 0, \\ x = 0,5(3y - 1); \end{cases} \begin{cases} y^2 - 2y + 1 = 0, \\ x = 0,5(3y - 1); \end{cases} \begin{cases} y = -1, \\ x = -2; \end{cases}$

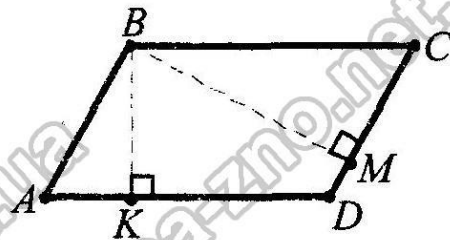
Відповідь: $(-2; -1)$.

19. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, BK і

BM — його висоти, $\angle A : \angle B = 4 : 5$. Нехай $\angle A = 4x$, тоді $\angle B = 5x$. За властивістю кутів паралелограма $4x + 5x = 180^\circ$; $9x = 180^\circ$; $x = 20^\circ$. Отже, $\angle B = \angle D = 5 \cdot 20^\circ = 100^\circ$.

$\angle ABM = 90^\circ$ ($AK \perp DC$, $DC \parallel AB$). $\angle MBC = \angle ABC - \angle ABM = 100^\circ - 90^\circ = 10^\circ$. $\angle KBC = 90^\circ$ ($AM \perp BC$, $BC \parallel AD$). Отже, кут між висотами дорівнює: $\angle KBM = \angle KBC - \angle MBC = 90^\circ - 10^\circ = 80^\circ$.

Відповідь: 80° .



ВАРІАНТ 7

1. На малюнку заштриховано $\frac{3}{8}$ частин круга.

	А	Б	В	Г
1				X
2		X		
3	X			
4		X		
5			X	
6				X
7		X		
8		X		
9	X			
10			X	
11				X
12	X			

Відповідь: Г.

2. $1,5 \text{ кг} : 20 \text{ кг} \cdot 12 \text{ кг} = 0,9 \text{ кг}$.

Відповідь: Б.

3. Число -8 є коренем рівняння $-5x = 40$, бо $-5 \cdot (-8) = 40$.

Відповідь: А.

4. $(3x - y)(3x + y) + y^2 = (3x)^2 - y^2 + y^2 = 9x^2$. В-дь: Б.

Відповідь: В.

5. $5\sqrt{3} - \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.

6. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-9} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5+(-9)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^4 = 16$. Відповідь: Г.

7. $x^2 - 81 \geq 0$; $(x + 9)(x - 9) \geq 0$; $x \in (-\infty; -9] \cup [9; +\infty)$.

Відповідь: Б.

8. Числами, кратними 9 є: 9, 18 — усього 2 числа. $P = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$. Відповідь: Б.

9. $\angle x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$.

Відповідь: А.

10. $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$. $\sin \beta = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{17}$. Відповідь: В.

11. $x_{\text{cp}} = \frac{8+(-4)}{2} = 2$; $y_{\text{cp}} = \frac{-9+3}{2} = -3$. (2; -3).

Відповідь: Г.

12. $2\pi r = 8\pi$; $r = 4$ (см) — радіус кола; $a = 2 \cdot 4 = 8$ (см) — сторона квадрата; $S = 8^2 = 64$ (см²).

Відповідь: А.

$$\begin{aligned}
 13. \left(\frac{x+4y}{x^2-4xy} - \frac{x-4y}{x^2+4xy} \right) : \frac{4y^2}{16y^2-x^2} &= \left(\frac{x+4y}{x(x-4y)} - \frac{x-4y}{x(x+4y)} \right) \cdot \frac{16y^2-x^2}{4y^2} = \\
 &= \frac{(x+4y)^2 - (x-4y)^2}{x(x-4y)(x+4y)} \cdot \frac{16y^2-x^2}{4y^2} = \frac{(x+4y-x+4y) \cdot (x+4y+x-4y)}{x(x-4y)(x+4y)} \cdot \frac{16y^2-x^2}{4y^2} = \\
 &= \frac{16xy}{x(x^2-16y^2)} \cdot \frac{16y^2-x^2}{4y^2} = \frac{4(x^2-16y^2)}{y(x^2-16y^2)} = -\frac{4}{y}.
 \end{aligned}$$

Відповідь: $-\frac{4}{y}$.

14. $\frac{23-5x}{2} - \frac{2x+5}{3} > 0 \mid \cdot 6$; $3(23-5x) - 2(2x+5) > 0$; $69 - 15x - 4x - 10 > 0$;

$-19x > -59$; $x < \frac{59}{19}$; $x < 3\frac{2}{19}$. Найбільшим цілим значенням x є число 3.

Відповідь: 3.

15. $y = 2x^2 + 8x + 3$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору.

Координати її вершини: $x_v = -\frac{8}{2 \cdot 2} = -2$; $y_v = y(-2) = 2 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) + 3 = -5$. Область значень функції $y \in [-5; +\infty)$. *Відповідь:* $[-5; +\infty)$.

16. Вектори $\vec{a}(-5; p)$ і $\vec{b}(2p; -10)$ будуть колінеарними, якщо їх відповідні

координати пропорційні: $\frac{-5}{2p} = \frac{p}{-10}$; $2p^2 = 50$; $p^2 = 25$. $p_1 = -5$, $p_2 = 5$.

Відповідь: $-5; 5$.

17. Нехай x км/год — початкова швидкість потяга. Тоді швидкість потяга після затримки — $(x + 10)$ км/год. Відстань на перегоні потяг мав проїхати за $\frac{300}{x}$ год, а збільшивши швидкість проїхав за $\frac{300}{x+10}$ год.

Отримуємо рівняння: $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+10} = 1$. $\frac{300(x+10) - 300x - x(x+10)}{x(x+10)} = 0$.

$\frac{x^2 + 10x - 3000}{x(x+10)} = 0$. $\begin{cases} x_1 = 50; x_2 = -60, \\ x \neq 0; x \neq -10; \end{cases}$ $x_1 = 50, x_2 = -60$ — не задовольняє

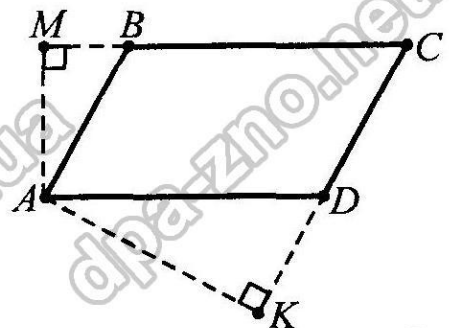
умову. Отже, потяга подолає 300 км за $300 : 50 = 6$ (год). *Відповідь:* 6 год.

18. $\begin{cases} x + xy - 3y = -3, \\ 2x - xy + y = 2; \end{cases} \begin{cases} x + xy - 3y = -3, \\ 3x - 2y = -1; \end{cases}$

$\begin{cases} x + x \cdot \frac{3x+1}{2} - 3 \cdot \frac{3x+1}{2} = -3, \\ y = \frac{3x+1}{2}; \end{cases} \begin{cases} 2x + 3x^2 + x - 9x - 3 = -6, \\ y = \frac{3x+1}{2}; \end{cases} \begin{cases} 3x^2 - 6x + 3 = -6, \\ y = \frac{3x+1}{2}; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 = 0, \\ y = 0,5(3x+1); \end{cases} \begin{cases} (x-1)^2 = 0, \\ y = 0,5(3x+1); \end{cases} \begin{cases} x = 1, \\ y = 2. \end{cases}$ *В-дь:* (1; 2).

19. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, AM і AK — його висоти, $\angle B : \angle A = 7 : 5$. Нехай $\angle A = 5x$, тоді $\angle B = 7x$. За властивістю кутів паралелограма $7x + 5x = 180^\circ$; $12x = 180^\circ$; $x = 15^\circ$. Отже, $\angle A = \angle C = 5 \cdot 15^\circ = 75^\circ$. З чотирикутника $AMCK$ $\angle MAK = 360^\circ - \angle M - \angle C - \angle K = 360^\circ - 90^\circ - 75^\circ - 90^\circ = 105^\circ$.



Відповідь: 105° .

ВАРІАНТ 8

1. На малюнку заштриховано $\frac{3}{7}$ частин смужки. В-дь: **В.**

2. $2 \text{ кг} : 20 \text{ кг} \cdot 15 \text{ кг} = 1,5 \text{ кг}.$

Відповідь: **Г.**

3. Число 5 є коренем рівняння $-6x = -30$, бо $-6 \cdot 5 = -30.$

Відповідь: **В.**

4. $(m - 2t)(m + 2t) - m^2 = m^2 - (2t)^2 - m^2 = -4t^2.$

Відповідь: **А.**

5. $5\sqrt{2} + \sqrt{2} = 6\sqrt{2}.$

Відповідь: **Г.**

6. $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-7} = \left(\frac{1}{3}\right)^{4+(-7)} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27.$ Відповідь: **А.**

7. $x^2 - 16 \leq 0; (x + 4)(x - 4) \leq 0; x \in [-4; 4].$ Відповідь: **Б.**

	А	Б	В	Г
1			X	
2				X
3			X	
4	X			
5				X
6	X			
7		X		
8				X
9			X	
10	X			
11		X		
12		X		

8. Числами, кратними 9 є: 9, 18, 27 — усього 3 числа. $P = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}.$

Відповідь: **Г.**

9. $\angle x = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ.$

Відповідь: **В.**

10. $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12. \cos \beta = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13}.$

Відповідь: **А.**

11. $x_{\text{cp}} = \frac{-1+5}{2} = 2; y_{\text{cp}} = \frac{3+(-11)}{2} = -4. O(2; -4).$

Відповідь: **Б.**

12. $a = \sqrt{36} = 6$ (см) — сторона квадрата; $r = 6 : 2 = 3$ (см) — радіус кола;
 $l = 2\pi \cdot 3 = 6\pi$ (см).

Відповідь: **Б.**

13. $\left(\frac{a+5b}{a^2-5ab} - \frac{a-5b}{a^2+5ab}\right) : \frac{10b^2}{25b^2-a^2} = \left(\frac{a+5b}{a(a-5b)} - \frac{a-5b}{a(a+5b)}\right) \cdot \frac{25b^2-a^2}{10b^2} =$
 $= \frac{(a+5b)^2 - (a-5b)^2}{a(a-5b)(a+5b)} \cdot \frac{25b^2-a^2}{10b^2} = \frac{(a+5b-a+5b)(a+5b+a-5b)}{a(a^2-25b^2)} \cdot \frac{a^2-25b^2}{10b^2} =$
 $= \frac{10b \cdot 2a}{10ab^2} = \frac{2}{b}.$ Відповідь: $-\frac{2}{b}.$

14. $\frac{25-3x}{2} - \frac{4x+7}{3} < 0 \mid \cdot 6; 3(25-3x) - 2(4x+7) < 0; 75-9x-8x-14 < 0;$

$-17x < -61; x > \frac{61}{17}; x > 3\frac{10}{17}.$ Найменшим цілим значенням x є число 4.

Відповідь: **4.**

15. $y = 3x^2 + 6x + 2$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору.

Координати її вершини: $x_{\text{в.}} = -\frac{6}{2 \cdot 3} = -1$; $y_{\text{в.}} = y(-1) = 3 \cdot (-1)^2 + 6 \cdot (-1) + 2 = -1$. Область значень функції $y \in [-1; +\infty)$. *Відповідь:* $[-1; +\infty)$.

16. Вектори $\vec{m}(-8; b)$ і $\vec{n}(2b; -9)$ будуть колінеарними, якщо їх відповідні

координати пропорційні: $\frac{-8}{2b} = \frac{b}{-9}$; $2b^2 = 72$; $b^2 = 36$. $b_1 = -6$, $b_2 = 6$.

Відповідь: $-6; 6$.

17. Нехай x км/год — швидкість, з якою мав їхати потяг. Тоді швидкість потяга після її збільшення — $(x + 5)$ км/год. Відстань на перегоні потяг мав

проїхати за $\frac{450}{x}$ год, а після збільшення швидкості — проїхав за $\frac{450}{x+5}$ год.

Отримуємо рівняння: $\frac{450}{x} - \frac{450}{x+5} = 1$. $\frac{450(x+5) - 450x - x(x+5)}{x(x+5)} = 0$.

$$\frac{x^2 + 5x - 2250}{x(x+5)} = 0. \begin{cases} x_1 = 45; x_2 = -50, \\ x \neq 0; x \neq -5; \end{cases} \quad x_1 = 45, x_2 = -50 \text{ — не задовольняє умову задачі.}$$

Отже, швидкість, з якою мав їхати потяг, 45 км/год.

Відповідь: 45 км/год.

18.
$$\begin{cases} y - xy + 3x = -3, \\ 2y + xy - x = 2; \end{cases} \begin{cases} y - xy + 3x = -3, \\ 3y + 2x = -1; \end{cases} \begin{cases} y - xy + 3x = -3, \\ x = \frac{-3y-1}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - \frac{-3y-1}{2} \cdot y + 3 \cdot \frac{-3y-1}{2} = -3, \\ x = \frac{-3y-1}{2}; \end{cases} \begin{cases} 2y + y(3y+1) - (9y+3) + 6 = 0, \\ x = -0,5(3y+1); \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y^2 - 6y + 3 = 0, \\ x = -0,5(3y+1); \end{cases} \begin{cases} y^2 - 2y + 1 = 0, \\ x = -0,5(3y+1); \end{cases} \begin{cases} y = 1, \\ x = -2; \end{cases}$$

Відповідь: $(-2; 1)$.

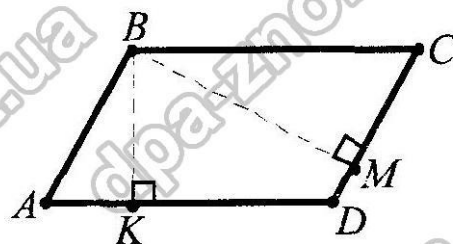
19. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, BK і BM — його висоти, $\angle B : \angle A = 11 : 7$. Нехай $\angle A = 7x$, тоді $\angle B = 11x$. За властивістю кутів паралелограма $7x + 11x = 180^\circ$; $18x = 180^\circ$; $x = 10^\circ$. Отже, $\angle B = \angle D = 11 \cdot 10^\circ = 110^\circ$.

$\angle ABM = 90^\circ$ ($AK \perp DC$, $DC \parallel AB$). $\angle MBC =$

$= \angle ABC - \angle ABM = 110^\circ - 90^\circ = 20^\circ$. $\angle KBC = 90^\circ$ ($AM \perp BC$, $BC \parallel AD$). Отже,

кут між висотами дорівнює: $\angle KBM = \angle KBC - \angle MBC = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$.

Відповідь: 70° .



ВАРІАНТ 9

1. Коренем рівняння $2x - 3 = 5$ є число 4, бо $2 \cdot 4 - 3 = 5$.

Відповідь: Б.

$$2. S = 72 \cdot \frac{3}{4} = \frac{72 \cdot 3}{4} = 54 \text{ (км)}.$$

Відповідь: Г.

$$3. (x - 2y)^2 = x^2 - 2x \cdot (2y) + (2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2.$$

Відповідь: А.

4. Пряма $3y - 5x = -1$ проходить через точку $(2; 3)$,
бо $3 \cdot 3 - 5 \cdot 2 = -1$.

Відповідь: В.

$$5. \frac{\sqrt{15} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3 \cdot 5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{3}} = 5.$$

Відповідь: Б.

$$6. \left(-\frac{5m^2c}{4b^5} \right)^3 = -\frac{125m^6c^3}{64b^{15}}.$$

Відповідь: Г.

$$7. b_3 = b_1 \cdot q^2; 28 = b_1 \cdot (-2)^2; 28 = 4b_1; b_1 = 7.$$

Відповідь: Г.

8. Розв'язком нерівності $-x^2 - 4x - 3 < 0$ проміжок $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$.

Відповідь: А.

$$9. BM = MN - BN = 6 - 2 = 4 \text{ (см)}.$$

Відповідь: Б.

10. $\angle A = 25^\circ \cdot 2 = 50^\circ$ — менший кут ромба; $\angle B = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ —
більший кут ромба.

Відповідь: А.

$$11. S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 \cdot \sin 45^\circ = 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2} \text{ (см}^2\text{)}.$$

Відповідь: Г.

$$12. \overline{AB} \cdot 5 \cdot 12 \cdot \sin 45^\circ = 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2} \pi r^2 = 16\pi; r^2 = 16; r = 4 \text{ (см)} \text{ — радіус}$$

круга; $a = 2 \cdot 4 = 8 \text{ (см)}$ — сторона квадрата.

Відповідь: В.

$$13. \frac{x-3}{xy-x^2} - \frac{3-y}{xy-y^2} = \frac{x-3}{x(y-x)} + \frac{3-y}{y(y-x)} = \frac{xy-3y+3x-xy}{xy(y-x)} = \frac{-3(y-x)}{xy(y-x)} = -\frac{3}{xy}.$$

Відповідь: $-\frac{3}{xy}$.

14. Оскільки $x_1 + x_2 = -4$ і $x_1 = -6$, то: $-6 + x_2 = -4$; $x_2 = -4 + 6$; $x_2 = 2$.

Тоді $q = x_1 \cdot x_2 = -6 \cdot 2 = -12$.

Відповідь: $-12; 2$.

$$15. \begin{cases} 4x + xy = 6, \\ 3x - 5xy = 39; \end{cases} \cdot 5 \begin{cases} 20x + 5xy = 30, \\ 3x - 5xy = 39; \end{cases} \begin{cases} 23x = 69, \\ 3x - 5xy = 39; \end{cases} \begin{cases} x = 3, \\ 9 - 15y = 39; \end{cases} \begin{cases} x = 3, \\ 15y = -30; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = -2. \end{cases}$$

Відповідь: $(3; -2)$.

16. Нехай $CA = x$. Тоді $CB = x \operatorname{tg} \angle A = 0,75x = \frac{3}{4}x$.

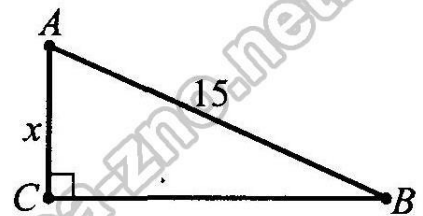
З теореми Піфагора маємо: $x^2 + \frac{9}{16}x^2 = 15^2$;

$$\frac{25}{16}x^2 = 15^2; \quad \frac{5}{4}x = 15; \quad x = 12.$$

Отже, $CA = x = 12$ (см),

$CB = \frac{3}{4} \cdot 12 = 9$ (см). Тоді $P = 12 + 9 + 15 = 36$ (см).

Відповідь: 36 см.



17. Нехай x км/год — власна швидкість катера. Тоді швидкість катера за течією — $(x + 2)$ км/год, а проти течії — $(x - 2)$ км/год, час за течією

$\frac{40}{x+2}$ год, а проти течії $\frac{16}{x-2}$ год. Отримуємо рівняння: $\frac{40}{x+2} + \frac{16}{x-2} = 3$;

$$\frac{40(x-2) + 16(x+2) - 3(x-2)(x+2)}{(x+2)(x-2)} = 0; \quad \frac{40x - 80 + 16x + 32 - 3x^2 + 12}{(x+2)(x-2)} = 0;$$

$$\frac{3x^2 - 56x + 36}{(x+2)(x-2)} = 0; \quad \frac{(3x-2)(x-18)}{(x+2)(x-2)} = 0; \quad \begin{cases} x_1 = 18; x_2 = \frac{2}{3}, \\ x_1 = 18; x_2 = \frac{2}{3} \end{cases}$$

не задовольняє умову задачі (оскільки $x_2 < 2$). Отже, швидкість катера 18 км/год.

Відповідь: 18 км/год.

18. $y = \sqrt{x^2 - 3x - 10} - \frac{5}{x^2 - 9}$. ОДЗ: $\begin{cases} x^2 - 3x - 10 \geq 0, \\ x^2 - 9 \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (x-5)(x+2) \geq 0, \\ x^2 \neq 9; \end{cases}$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -2] \cup [5; +\infty), \\ x \neq \pm 3; \end{cases} \quad x \in (-\infty; -3) \cup (-3; -2] \cup [5; +\infty).$$

Відповідь: $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; -2] \cup [5; +\infty)$.

19. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD \parallel BC$),

AC — діагональ, PF — середня лінія, $PK = 4$ см,

$KF = 5$ см. PK — середня лінія $\triangle BAC$, тому

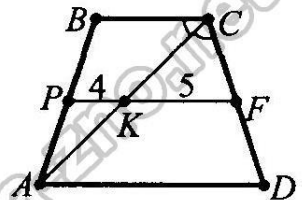
$BC = 2 \cdot 4 = 8$ (см). Аналогічно з $\triangle ACD$

$AD = 2 \cdot 5 = 10$ (см). За умовою, $\angle BCA = \angle ACD$.

$\angle CAD = \angle BCA$ ($BC \parallel AD$, AC — січна). Тому $\angle CAD = \angle ACD$. Отже, $\triangle ACD$ рівнобедрений і $CD = AD = 10$ см.

$P_{ABCD} = BC + AD + 2CD = 8 + 10 + 2 \cdot 10 = 38$ (см).

Відповідь: 38 см.



ВАРІАНТ 10

1. Коренем рівняння $3x - 4 = 11$ є число 5,

$$\text{бо } 3 \cdot 5 - 4 = 11.$$

Відповідь: В.

2. $S = 78 \cdot \frac{2}{3} = \frac{78 \cdot 2}{3} = 52$ (км).

Відповідь: А.

3. $(m + 3y)^2 = m^2 + 2m \cdot (3y) + (3y)^2 = m^2 + 6my + 9y^2.$

Відповідь: Б.

4. Пряма $2y - 7x = -1$ проходить через точку (3; 10),

$$\text{бо } 2 \cdot 10 - 7 \cdot 3 = -1.$$

Відповідь: Г.

5. $\frac{\sqrt{35} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5 \cdot 7} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{5}} = 7.$

Відповідь: В.

6. $\left(-\frac{2ab^3}{3c^8}\right)^5 = -\frac{32a^5b^{15}}{243c^{40}}.$

Відповідь: А.

7. $b_3 = b_1 \cdot q^2; 36 = b_1 \cdot (-3)^2; 36 = 9b_1; b_1 = 4.$

Відповідь: Б.

8. Розв'язком нерівності $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ є проміжок $x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty).$ В-дь: В.

9. $BC = BA + AC = 5 + 2 = 7$ (см).

Відповідь: Г.

10. $\angle A = 55^\circ \cdot 2 = 110^\circ$ — більший кут ромба; $\angle B = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ — менший кут ромба.

Відповідь: В.

11. $S = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ = 28 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}$ (см²).

Відповідь: А.

12. $\vec{a}(x; -4) \cdot \vec{b}(2; -8) = 0; x \cdot 2 + (-4) \cdot (-8) = 0; 2x = -32; x = -16.$ Відповідь: Б.

13. $\frac{a-5}{ab-a^2} - \frac{5-b}{ab-b^2} = \frac{a-5}{a(b-a)} + \frac{5-b}{b(b-a)} = \frac{ab-5b+5a-ab}{ab(b-a)} = \frac{-5(b-a)}{ab(b-a)} = -\frac{5}{ab}.$

Відповідь: $-\frac{5}{ab}.$

14. Оскільки $x_1 \cdot x_2 = 12$ і $x_1 = -2$, то: $-2x_2 = 12; x_2 = -6.$

$$\text{Тоді } p = -(x_1 + x_2) = -(-2 + (-6)) = 8.$$

Відповідь: 8; -6.

15. $\begin{cases} 2x + xy = -2, \\ 5x - 3xy = 28; \end{cases} \cdot 3 \quad \begin{cases} 6x + 3xy = -6, \\ 5x - 3xy = 28; \end{cases} \quad \begin{cases} 11x = 22, \\ 5x - 3xy = 28; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2, \\ 10 - 6y = 28; \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 2, \\ -6y = 18; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2, \\ y = -3. \end{cases}$$

Відповідь: (2; -3).

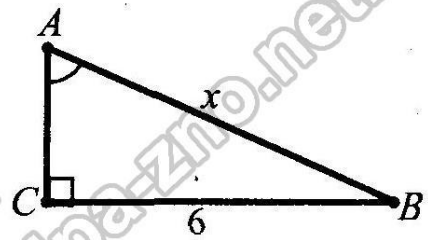
	А	Б	В	Г
1			X	
2	X			
3		X		
4				X
5			X	
6	X			
7		X		
8			X	
9				X
10			X	
11	X			
12		X		

16. Нехай $AB = x$, тоді $AC = x \cos \angle A = 0,8x = \frac{4}{5}x$.

За наслідком з теореми Піфагора маємо:

$$x^2 - \frac{16}{25}x^2 = 6^2; \quad \frac{9}{25}x^2 = 6^2; \quad \frac{3}{5}x = 6; \quad x = 10. \text{ От-}$$

же, $AB = x = 10$ (см), $AC = \frac{4}{5} \cdot 10 = 8$ (см). Тоді $P = 6 + 10 + 8 = 24$ (см).



Відповідь: 24 см.

17. Нехай x км/год — власна швидкість човна. Тоді швидкість човна за течією дорівнює $(x + 3)$ км/год, а проти течії — $(x - 3)$ км/год, час за течією

$$\frac{45}{x+3} \text{ год, а проти течії } \frac{45}{x-3} \text{ год.}$$

Отримуємо рівняння: $\frac{45}{x+3} + \frac{45}{x-3} = 8. \quad \frac{45(x-3+x+3) - 8(x-3)(x+3)}{(x+3)(x-3)} = 0;$

$$\frac{-8x^2 + 90x + 72}{(x+3)(x-3)} = 0; \quad \frac{-2(4x+3)(x-12)}{(x+3)(x-3)} = 0; \quad \begin{cases} x_1 = 12; x_2 = -\frac{3}{4}, \\ x_1 = 12; \\ x \neq \pm 3; \end{cases}$$

$x_2 = -\frac{3}{4}$ — не задовольняє умову задачі (оскільки $x_2 < 3$). Отже, швидкість човна 12 км/год.

Відповідь: 12 км/год.

18. $y = \frac{7}{x^2 - 16} + \sqrt{x^2 + 3x - 10}$. ОДЗ: $\begin{cases} x^2 + 3x - 10 \geq 0, \\ x^2 - 16 \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (x+5)(x-2) \geq 0, \\ x^2 \neq 16; \end{cases}$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -5] \cup [2; +\infty), \\ x \neq \pm 4; \end{cases} \quad x \in (-\infty; -5] \cup [2; 4) \cup (4; +\infty).$$

Відповідь: $x \in (-\infty; -5] \cup [2; 4) \cup (4; +\infty)$.

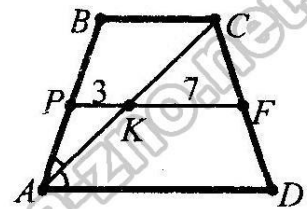
19. Нехай $ABGD$ — рівнобічна трапеція ($AD \parallel BC$), AC — діагональ, PF — середня лінія, $PK = 3$ см, $KF = 7$ см.

PK — середня лінія $\triangle BAC$, тому $BC = 2 \cdot 3 = 6$ (см).

Аналогічно з $\triangle ACD$ $AD = 2 \cdot 7 = 14$ (см). За умовою, $\angle BAC = \angle CAD$. $\angle BCA = \angle CAD$ ($BC \parallel AD$, AC — січна).

Тому $\angle BCA = \angle BAC$. Отже, $\triangle ABC$ — рівнобедрений і $AB = BC = 6$ см.

$P_{ABGD} = BC + AD + 2AB = 6 + 14 + 2 \cdot 6 = 32$ (см).



Відповідь: 32 см.

ВАРІАНТ 11

1. Коренем рівняння $2x - 5 = 7$ є число 6, бо $2 \cdot 6 - 5 = 7$.

Відповідь: А.

$$2. S = 75 \cdot \frac{3}{5} = \frac{75 \cdot 3}{5} = 45 \text{ (км)}.$$

Відповідь: Б.

$$3. (2b + c)^2 = (2b)^2 + 2 \cdot (2b) \cdot c + c^2 = 4b^2 + 4bc + c^2.$$

Відповідь: В.

4. Пряма $5y - 4x = -1$ проходить через точку $(4; 3)$, бо $5 \cdot 3 - 4 \cdot 4 = -1$.

Відповідь: А.

$$5. \frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7 \cdot 3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{7}} = 3.$$

Відповідь: Г.

$$6. \left(-\frac{4ab^5}{5d^4} \right)^3 = -\frac{64a^3b^{15}}{125d^{12}}.$$

Відповідь: Б.

$$7. b_3 = b_1 \cdot q^2; 48 = b_1 \cdot (-4)^2; 48 = 16b_1; b_1 = 3.$$

Відповідь: В.

8. Розв'язком нерівності $-x^2 + 2x + 3 > 0$ є проміжок $x \in (-1; 3)$.

Відповідь: Г.

$$9. AC = AB - BC = 12 - 3 = 9 \text{ (см)}.$$

Відповідь: Г.

10. $\angle A = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ — більший кут ромба; $\angle A : 2 = 110^\circ : 2 = 55^\circ$ — кут між меншою діагоналлю і стороною ромба.

Відповідь: Б.

$$11. S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 16 \cdot \sin 60^\circ = 24 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}.$$

Відповідь: В.

$$12. \vec{a}(6; y) \cdot \vec{b}(3; -2) = 0; 6 \cdot 3 + y \cdot (-2) = 0; -2y = -18; y = 9.$$

Відповідь: Г.

$$13. \frac{m-7}{pm-m^2} - \frac{7-p}{pm-p^2} = \frac{m-7}{m(p-m)} + \frac{7-p}{p(p-m)} = \frac{pm-7p+7m-pm}{pm(p-m)} = \frac{-7(p-m)}{pm(p-m)} = -\frac{7}{pm}.$$

Відповідь: $-\frac{7}{pm}$.

14. Оскільки $x_1 + x_2 = 8$ і $x_1 = 5$, то: $5 + x_2 = 8; x_2 = 3$.

Тоді $q = x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 3 = 15$.

Відповідь: 15; 3.

$$15. \begin{cases} 3x + xy = -16, \\ 7x - 4xy = 26; \end{cases} \cdot 4 \begin{cases} 12x + 4xy = -64, \\ 7x - 4xy = 26; \end{cases} \begin{cases} 19x = -38, \\ 7x - 4xy = 26; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ -14 + 8y = 26; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2, \\ 8y = 40; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ y = 5. \end{cases}$$

Відповідь: $(-2; 5)$.

	А	Б	В	Г
1	X			
2		X		
3			X	
4	X			
5				X
6		X		
7			X	
8				X
9				X
10		X		
11			X	
12				X

16. Нехай $AB = x$, тоді $BC = x \sin \angle A = 0,8x = \frac{4}{5}x$. За

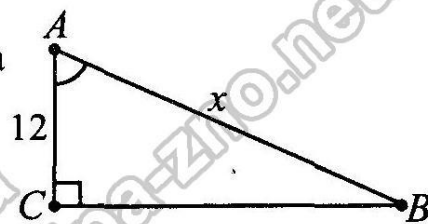
наслідком з теореми Піфагора маємо:

$$x^2 - \frac{16}{25}x^2 = 12^2; \frac{9}{25}x^2 = 12^2; \frac{3}{5}x = 12; x = 20.$$

Отже, $AB = 20$ (см), $BC = \frac{4}{5} \cdot 20 = 16$ (см).

Тоді $P = 12 + 20 + 16 = 48$ (см).

Відповідь: 48 см.



17. Нехай x км/год — власна швидкість човна. Тоді швидкість човна за течією дорівнює $(x + 3)$ км/год, а проти течії — $(x - 3)$ км/год, час за течією

$$\frac{48}{x+3} \text{ год, а проти течії } \frac{18}{x-3} \text{ год. Отримуємо рівняння: } \frac{48}{x+3} + \frac{18}{x-3} = 3;$$

$$\frac{16}{x+3} + \frac{6}{x-3} = 1; \frac{16(x-3) + 6(x+3) - (x-3)(x+3)}{(x+3)(x-3)} = 0; \frac{-x^2 + 22x - 21}{(x+3)(x-3)} = 0;$$

$$\frac{x^2 - 22x + 21}{(x+3)(x-3)} = 0; \begin{cases} x_1 = 21; x_2 = 1, \\ x \neq \pm 3; \end{cases} \quad x_1 = 21, x_2 = 1 \text{ — не задовольняє умову}$$

задачі (оскільки $x_2 < 3$). Отже, швидкість човна 21 км/год.

Відповідь: 21 км/год.

$$18. y = \frac{7}{9-x^2} - \sqrt{x^2 + 4x - 12}. \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x^2 + 4x - 12 \geq 0, \\ 9 - x^2 \neq 0; \end{cases} \begin{cases} (x+6)(x-2) \geq 0, \\ x^2 \neq 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -6] \cup [2; +\infty), \\ x \neq \pm 3; \end{cases} \quad x \in (-\infty; -6] \cup [2; 3) \cup (3; +\infty).$$

Відповідь: $x \in (-\infty; -6] \cup [2; 3) \cup (3; +\infty)$.

19. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD \parallel BC, AB = DC$),

AC — діагональ, PF — середня лінія, $PK = 4$ см,

$KF = 9$ см. PK — середня лінія $\triangle BAC$, тому

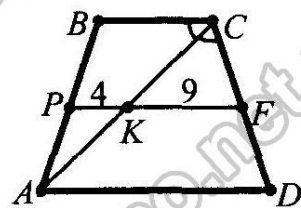
$BC = 2 \cdot 4 = 8$ (см). Аналогічно з $\triangle ACD$

$AD = 2 \cdot 9 = 18$ (см). За умовою, $\angle BCA = \angle ACD$.

$\angle CAD = \angle BCA$ ($BC \parallel AD, AC$ — січна). Тому $\angle CAD = \angle ACD$. Отже,

$\triangle ACD$ — рівнобедрений і $CD = AD = 18$ см.

$P_{ABCD} = BC + AD + 2CD = 8 + 18 + 2 \cdot 18 = 62$ (см).



Відповідь: 62 см.

ВАРІАНТ 12

1. Коренем рівняння $3x - 5 = 13$ є число 6,
бо $3 \cdot 6 - 5 = 11$.

Відповідь: Г.

2. $S = 84 \cdot \frac{3}{7} = \frac{84 \cdot 3}{7} = 36$ (км).

Відповідь: В.

3. $(3b - x)^2 = (3b)^2 - 2 \cdot (3b) \cdot x + x^2 = 9b^2 - 6bx + x^2$.

Відповідь: Г.

4. Пряма $2y - 5x = -1$ проходить через точку $(3; 7)$, бо
 $2 \cdot 7 - 5 \cdot 3 = -1$.

Відповідь: Б.

5. $\frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3 \cdot 7} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{3}} = 7$.

Відповідь: А.

6. $\left(\frac{3x^2y}{2t^7}\right)^3 = -\frac{27x^6y^3}{8t^{21}}$.

Відповідь: В.

7. $b_3 = b_1 \cdot q^2$; $24 = b_1 \cdot (-2)^2$; $24 = 4b_1$; $b_1 = 6$.

Відповідь: Б.

8. Розв'язком нерівності $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ є проміжок $x \in [1; 3]$.

Відповідь: А.

9. $AB = AK + KB = 5 + 3 = 8$ (см).

Відповідь: В.

10. $\angle A = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ — менший кут ромба; $\angle A : 2 = 50^\circ : 2 = 25^\circ$ — кут між більшою діагоналлю і стороною ромба.

Відповідь: Г.

11. $S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \sin 45^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$ (см²).

Відповідь: А.

12. $\vec{a}(-2; 6) \cdot \vec{b}(x; 3) = 0$; $-2x + 6 \cdot 3 = 0$; $-2x = -18$; $x = 9$.

Відповідь: Б.

13. $\frac{b-4}{bc-b^2} - \frac{4-c}{bc-c^2} = \frac{b-4}{b(c-b)} + \frac{4-c}{c(c-b)} = \frac{bc-4c+4b-bc}{bc(c-b)} = \frac{-4(c-b)}{bc(c-b)} = -\frac{4}{bc}$.

Відповідь: $-\frac{4}{bc}$.

14. Оскільки $x_1 \cdot x_2 = -15$ і $x_1 = 3$, то: $3x_2 = -15$; $x_2 = -5$.

Тоді $p = -(x_1 + x_2) = -(3 + (-5)) = 2$.

Відповідь: 2; -5.

15. $\begin{cases} 2y + xy = -4, \\ 5y - 4xy = 68; \end{cases} \cdot 4 \Rightarrow \begin{cases} 8y + 4xy = -16, \\ 5y - 4xy = 68; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13y = 52, \\ 5y - 4xy = 68; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4, \\ 20 - 16x = 68; \end{cases}$

$\begin{cases} y = 4, \\ -16x = 48; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4, \\ x = -3. \end{cases}$

Відповідь: $(-3; 4)$.

	А	Б	В	Г
1				X
2			X	
3				X
4		X		
5	X			
6			X	
7		X		
8	X			
9			X	
10				X
11	X			
12		X		

16. Нехай $AB = x$, тоді $CB = x \cos \angle B = 0,6x = \frac{3}{5}x$.

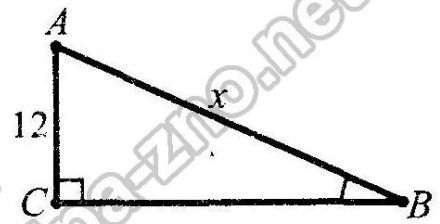
За наслідком з теореми Піфагора маємо:

$$x^2 - \frac{9}{25}x^2 = 12^2; \frac{16}{25}x^2 = 12^2; \frac{4}{5}x = 12; x = 15.$$

Отже, $AB = 15$ (см), $CB = \frac{3}{5} \cdot 15 = 9$ (см).

Тоді $P = 12 + 15 + 9 = 36$ (см).

Відповідь: 36 см.



17. Нехай x км/год — власна швидкість катера, тоді швидкість катера за течією дорівнює $(x + 3)$ км/год, а проти течії — $(x - 3)$ км/год, час за течією

$\frac{36}{x+3}$ год, а проти течії $\frac{36}{x-3}$ год.

Отримуємо рівняння: $\frac{36}{x+3} + \frac{36}{x-3} = 5$. $\frac{36(x-3+x+3) - 5(x-3)(x+3)}{(x+3)(x-3)} = 0$;

$$\frac{-5x^2 + 72x + 45}{(x+3)(x-3)} = 0; \frac{-(5x+3)(x-15)}{(x+3)(x-3)} = 0; \begin{cases} x_1 = 15; x_2 = -0,6, \\ x \neq \pm 3; \end{cases} \quad x_1 = 15;$$

$x_2 = -0,6$ — не задовольняє умову задачі (оскільки $x_2 < 0$). Отже, швидкість човна 15 км/год.

Відповідь: 15 км/год.

18. $y = \sqrt{x^2 - 4x - 5} + \frac{7}{4 - x^2}$. ОДЗ: $\begin{cases} x^2 - 4x - 5 \geq 0, & \begin{cases} (x+1)(x-5) \geq 0, \\ x^2 \neq 4; \end{cases} \\ 4 - x^2 \neq 0; \end{cases}$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty), \\ x \neq \pm 2; \end{cases} \quad x \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1] \cup [5; +\infty).$$

Відповідь: $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1] \cup [5; +\infty)$.

19. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD \parallel BC$, $AB = DC$),

AC — діагональ, PF — середня лінія, $PK = 4$ см,

$KF = 7$ см. PK — середня лінія $\triangle BAC$, тому

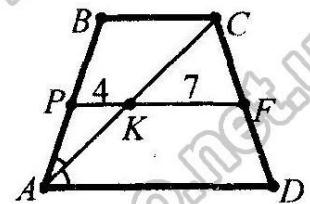
$BC = 2 \cdot 4 = 8$ (см). Аналогічно з $\triangle ACD$

$AD = 2 \cdot 7 = 14$ (см). За умовою, $\angle BAC = \angle CAD$.

$\angle BCA = \angle CAD$ ($BC \parallel AD$, AC — січна). Тому $\angle BCA = \angle BAC$. Отже,

$\triangle ABC$ — рівнобедрений і $AB = BC = 8$ см.

$P_{ABCD} = BC + AD + 2AB = 8 + 14 + 2 \cdot 8 = 38$ (см).



Відповідь: 38 см.

ВАРІАНТ 13

1. $\frac{2^3}{5} = \frac{6}{15}$.

Відповідь: Г.

2. $15\% = 0,15; 30 \cdot 0,15 = 4,5$ (кг).

Відповідь: Б.

3. $2a(3b - a) = 6ab - 2a^2$.

Відповідь: В.

4. $x = 0; y = 4 \cdot 0 - 12 = -12; A(0; -12)$.

Відповідь: Г.

5. Якщо $x = 8$, то $\sqrt{17-x} = \sqrt{17-8} = \sqrt{9} = 3$.

Відповідь: А.

6. $\frac{x^2 - 25}{5 - x} = 0; \begin{cases} x^2 - 25 = 0, \\ 5 - x \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x = \pm 5, \\ x \neq 5; \end{cases} x = -5$.

Відповідь: В.

7. $x^2 + 2x - 3 > 0; (x + 3)(x - 1) > 0; x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Відповідь: А.

8. $a_3 = a_1 + 2d; 4 = -2 + 2d; 2d = 6; d = 3$.

Відповідь: Б.

9. $d = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ (см).

Відповідь: А.

10. $\angle AOC = 2\angle KOC = 2 \cdot 80^\circ = 160^\circ; \angle COB = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$.

Відповідь: В.

11. $S = 6^2 \cdot \sin 45^\circ = 36 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 18\sqrt{2}$ (см²).

Відповідь: Г.

12. $24 - 2 \cdot 5 = 14$ (см) — сума основ трапеції;

$14 : 2 = 7$ (см) — середня лінія трапеції.

Відповідь: Б.

13.
$$\left(\frac{a+5b}{a^2-5ab} - \frac{a-5b}{a^2+5ab} \right) \cdot \frac{25b^2-a^2}{5b^2} = \left(\frac{a+5b}{a(a-5b)} - \frac{a-5b}{a(a+5b)} \right) \cdot \frac{25b^2-a^2}{5b^2} =$$

$$= \frac{(a+5b)^2 - (a-5b)^2}{a(a-5b)(a+5b)} \cdot \frac{25b^2-a^2}{5b^2} = \frac{(a+5b-a+5b)(a+5b+a-5b)}{a(a^2-25b^2)} \cdot \frac{a^2-25b^2}{5b^2} =$$

$$= \frac{10b \cdot 2a}{5ab^2} = \frac{4}{b}$$

Відповідь: $-\frac{4}{b}$.

14. $(3x+2)^2 + (4x-3)^2 \leq (5x-1)^2$.

$9x^2 + 12x + 4 + 16x^2 - 24x + 9 \leq 25x^2 - 10x + 1; -2x \leq -12; x \geq 6; x \in [6; +\infty)$.

Відповідь: $[6; +\infty)$.

15. $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 1$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору.

Абсциса вершини параболи $x_{\text{в.}} = -(-4) : \left(2 \cdot \frac{1}{2}\right) = 4$. Функція зростає,

якщо $x \in [4; +\infty)$.

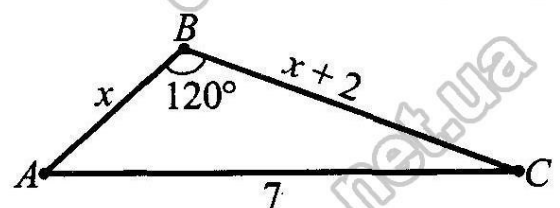
Відповідь: $[4; +\infty)$.

16. Нехай ABC — заданий трикутник,

$AC = 7$ см, $\angle B = 120^\circ$, $BC - AB = 2$ см.

Позначимо $AB = x$ см, тоді

$BC = (x + 2)$ см. За теоремою косинусів



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle B; 7^2 = x^2 + (x+2)^2 - 2x(x+2) \cdot \cos 120^\circ;$$

$$49 = x^2 + x^2 + 4x + 4 - 2x(x+2) \cdot (-0,5); 49 = 3x^2 + 6x + 4; x^2 + 2x - 15 = 0;$$

$$x_1 = -5 \text{ — не підходить, } x_2 = 3. \text{ Отже, } AB = x = 3 \text{ (см),}$$

$$BC = x + 2 = 3 + 2 = 5 \text{ (см).}$$

$$P_{ABC} = AB + BC + AC = 3 + 5 + 7 = 15 \text{ (см).}$$

Відповідь: 15 см.

17. Нехай x — кількість використаних вантажівок. Тоді на кожну з них навантажили $\frac{60}{x}$ т вантажу. Було замовлено $x + 2$ вантажівок, на які повинні

були завантажити по $\frac{60}{x+2}$ т. Отримуємо рівняння:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+2} = 1; \frac{60(x+2) - 60x - x(x+2)}{x(x+2)} = 0; \frac{120 - x^2 - 2x}{x(x+2)} = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 120 = 0, \\ x \neq 0; x \neq -2; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 10; x_2 = -12, \\ x \neq 0; x \neq -2; \end{cases} x_1 = 10; x_2 = -12. x_2 \text{ — не задовольняє умову задачі (оскільки } x_2 < 0).$$

Отже, використали 10 вантажівок.

Відповідь: 10 вантажівок.

18. $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2}, \\ x + y = 6. \end{cases}$ ОДЗ: $x \neq 0; y \neq 0$. Нехай $z = \frac{x}{y}$ ($z \neq 0$). Розв'яжемо перше

рівняння системи: $z + \frac{1}{z} = \frac{5}{2}; 2z^2 - 5z + 2 = 0; z_1 = 2; z_2 = 0,5$. Повернемо-

ся до заміни: 1) $\frac{x}{y} = 2; x = 2y;$ 1) $\begin{cases} x = 2y, \\ x + y = 6; \end{cases} \begin{cases} x = 2y, \\ 2y + y = 6; \end{cases} \begin{cases} x = 2y, \\ 3y = 6; \end{cases} \begin{cases} x = 4, \\ y = 2. \end{cases}$

2) $\frac{x}{y} = 0,5; x = 0,5y.$ $\begin{cases} x = 0,5y, \\ x + y = 6; \end{cases} \begin{cases} x = 0,5y, \\ 0,5y + y = 6; \end{cases} \begin{cases} x = 0,5y, \\ 1,5y = 6; \end{cases} \begin{cases} x = 2, \\ y = 4. \end{cases}$

Відповідь: (2; 4), (4; 2).

19. Знайдемо координати середин діагоналей AC і BD чотирикутника $ABCD$.

Для діагоналі AC маємо: $x_{\text{ср.}} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2}; y_{\text{ср.}} = \frac{-1 + 2}{2} = \frac{1}{2}; \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Для

діагоналі BD : $x_{\text{ср.}} = \frac{2 + (-1)}{2} = \frac{1}{2}; y_{\text{ср.}} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2}; \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Середини

обох діагоналей збігаються. Отже, чотирикутник $ABCD$ — паралелограм.

Знайдемо довжини цих діагоналей: $AC = \sqrt{(3+2)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{34};$

$BD = \sqrt{(2+1)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{34}$. Отже, $AC = BD$. Паралелограм з рівними діагоналями є прямокутником. Тоді $ABCD$ — прямокутник.

ВАРІАНТ 14

1. $\frac{4^3}{7} = \frac{12}{21}$.

Відповідь: В.

2. $25\% = 0,25; 50 \cdot 0,25 = 12,5$ (кг).

Відповідь: Г.

3. $4m(2p + m) = 8mp + 4m^2$.

Відповідь: Б.

4. $x = 0; y = 3 \cdot 0 - 15 = -15; A(0; -15)$.

Відповідь: А.

5. Якщо $a = -10$, то $\sqrt{26+a} = \sqrt{26+(-10)} = \sqrt{16} = 4$.

Відповідь: Б.

6. $\frac{36-x^2}{x-6} = 0; \frac{x^2-36}{x-6} = 0; \begin{cases} x^2-36=0, \\ x-6 \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x=\pm 6, \\ x \neq 6; \end{cases} x = -6$. В-дь: А.

7. $x^2 - 3x - 4 \leq 0; (x+1)(x-4) \leq 0; x \in [-1; 4]$. В-дь: Б.

8. $a_4 = a_2 + 2d; a_4 = 5 + 2 \cdot (-3) = -1$. Відповідь: Б.

	А	Б	В	Г
1			X	
2				X
3		X		
4	X			
5		X		
6	X			
7		X		
8		X		
9			X	
10		X		
11	X			
12			X	

9. $AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$ (см).

Відповідь: В.

10. $\angle COM = 180^\circ - \angle MOD = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ;$
 $\angle KOC = \angle COM : 2 = 130^\circ : 2 = 65^\circ$.

Відповідь: Б.

11. $S = 6^2 \cdot \sin 120^\circ = 36 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$ (см²).

Відповідь: А.

12. $2 \cdot 10 = 20$ (см) — сума основ; $20 + 2 \cdot 6 = 32$ (см) — периметр. В-дь: В.

13. $\left(\frac{x+3y}{x^2-3xy} - \frac{x-3y}{x^2+3xy} \right) \cdot \frac{9y^2-x^2}{2y^2} = \left(\frac{x+3y}{x(x-3y)} - \frac{x-3y}{x(x+3y)} \right) \cdot \frac{9y^2-x^2}{2y^2} =$
 $= \frac{(x+3y)^2 - (x-3y)^2}{x(x-3y)(x+3y)} \cdot \frac{9y^2-x^2}{2y^2} = \frac{(x+3y-x+3y)(x+3y+x-3y)}{x(x^2-9y^2)} \cdot \frac{x^2-9y^2}{2y^2} =$
 $= -\frac{6y \cdot 2x}{2xy^2} = -\frac{6}{y}$. Відповідь: $-\frac{6}{y}$.

14. $(3x-1)^2 + (4x+3)^2 \leq (5x+2)^2. 9x^2 - 6x + 1 + 16x^2 + 24x + 9 \leq 25x^2 + 20x + 4;$
 $-2x \leq -6; x \geq 3; x \in [3; +\infty)$. Відповідь: $[3; +\infty)$.

15. $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені

вниз. Абсциса вершини параболи $x_v = -\frac{-2}{2 \cdot (-0,5)} = -2$. Функція зростає,

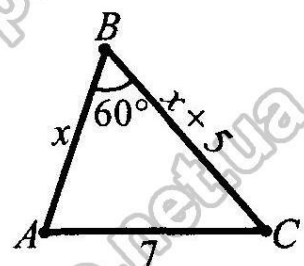
якщо $x \in (-\infty; -2]$. Відповідь: $(-\infty; -2]$.

16. Нехай ABC — заданий трикутник, $AC = 7$ см, $\angle B = 60^\circ$,

$BC - AB = 5$ см. Позначимо $AB = x$ см, тоді

$BC = (x + 5)$ см. За теоремою косинусів

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle B; 7^2 = x^2 + (x+5)^2 -$
 $- 2x(x+5) \cdot \cos 60^\circ; 49 = x^2 + x^2 + 10x + 25 -$



$-2x(x+5) \cdot \frac{1}{2}; x^2 + 5x - 24 = 0; x_1 = -8$ — не підходить, $x_2 = 3$. Отже,

$AB = x = 3$ (см), $BC = x + 5 = 3 + 5 = 8$ (см).

$P_{ABC} = AB + BC + AC = 3 + 8 + 7 = 18$ (см).

Відповідь: 18 см.

17. Нехай перша бригада щодня ремонтувала x м дороги, тоді вона виконала

всю роботу за $\frac{120}{x}$ днів. Друга бригада щодня ремонтувала $(x-1)$ м доро-

ги і працювала $\frac{100}{x-1}$ днів. Отримуємо рівняння: $\frac{100}{x-1} - \frac{120}{x} = 1$.

$$\frac{100x - 120(x-1) - x(x-1)}{x(x-1)} = 0; \frac{x^2 + 19x - 120}{x(x-1)} = 0; \frac{(x-5)(x+24)}{x(x-1)} = 0;$$

$$\begin{cases} x_1 = 5; x_2 = -24, \\ x \neq 0; x \neq 1; \end{cases} \quad x_1 = 5; x_2 = -24 \text{ — не задовольняє умову задачі (оскільки}$$

$x_2 < 0$). Отже, перша бригада щодня ремонтувала 5 м дороги, а друга — 4 м.

Відповідь: 5 м, 4 м.

18. $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3}, \\ x - y = 4. \end{cases}$ ОДЗ: $x \neq 0; y \neq 0$. Нехай $z = \frac{x}{y}$ ($z \neq 0$). Розв'яжемо перше

рівняння системи: $z + \frac{1}{z} = \frac{10}{3}; 3z^2 - 10z + 3 = 0; z_1 = 3; z_2 = \frac{1}{3}$. Повернемо-

ся до заміни: 1) $\frac{x}{y} = 3; x = 3y$; 1) $\begin{cases} x = 3y, \\ x - y = 4; \end{cases} \begin{cases} x = 3y, \\ 3y - y = 4; \end{cases} \begin{cases} x = 3y, \\ 2y = 4; \end{cases} \begin{cases} x = 6, \\ y = 2. \end{cases}$

2) $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}; y = 3x$. $\begin{cases} y = 3x, \\ x - y = 4; \end{cases} \begin{cases} y = 3x, \\ x - 3x = 4; \end{cases} \begin{cases} y = 3x, \\ -2x = 4; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ y = -6. \end{cases}$

Відповідь: (6; 2), (-2; -6).

19. Знайдемо координати середин діагоналей KM і LN чотирикутника $KLMN$.

Для діагоналі KM маємо: $x_{\text{ср.}} = \frac{2 + (-3)}{2} = -\frac{1}{2}; y_{\text{ср.}} = \frac{-2 + 1}{2} = -\frac{1}{2};$

$\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. Для діагоналі LN : $x_{\text{ср.}} = \frac{1 + (-2)}{2} = -\frac{1}{2}; y_{\text{ср.}} = \frac{2 + (-3)}{2} = -\frac{1}{2};$

$\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. Середини обох діагоналей збігаються. Отже, чотирикутник

$KLMN$ — паралелограм. Знайдемо довжини цих діагоналей:

$KM = \sqrt{(2+3)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{34}; LN = \sqrt{(1+2)^2 + (2+3)^2} = \sqrt{34}$. Отже,

$KM = LN$. Паралелограм з рівними діагоналями є прямокутником. Тоді $KLMN$ — прямокутник.

ВАРІАНТ 15

1. $\frac{2^3}{9} = \frac{6}{27}$.

Відповідь: Б.

2. $12\% = 0,12$; $60 \cdot 0,12 = 7,2$ (кг).

Відповідь: А.

3. $3x(x - 4y) = 3x^2 - 12xy$.

Відповідь: Г.

4. $x = 0$; $y = 2 \cdot 0 + 12 = 12$; $A(0; 12)$.

Відповідь: Б.

5. Якщо $b = 12$, то: $\sqrt{37 - b} = \sqrt{37 - 12} = \sqrt{25} = 5$. В-дь: В.

6. $\frac{x^2 - 16}{x - 4} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 16 = 0, \\ x - 4 \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x = \pm 4, \\ x \neq 4; \end{cases} x = -4$.

Відповідь: Г.

7. $x^2 - 2x - 3 < 0$; $(x + 1)(x - 3) < 0$; $x \in (-1; 3)$.

В-дь: Г.

8. $a_4 = a_1 + 3d$; $-4 = 8 + 3d$; $3d = -12$; $d = -4$.

Відповідь: В.

9. $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ (см).

В-дь: Б.

10. $\angle MOA = 2\angle MOK = 2 \cdot 55^\circ = 110^\circ$; $\angle AON = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.

В-дь: А.

11. $S = 8^2 \cdot \sin 60^\circ = 64 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3}$ (см²).

Відповідь: В.

12. $2 \cdot 5 = 10$ (см) — сума основ трапеції; $26 - 10 = 16$ (см) — сума бічних сторін трапеції; $16 : 2 = 8$ (см) — бічна сторона трапеції.

Відповідь: Г.

13. $\left(\frac{a-2b}{a^2+2ab} - \frac{a+2b}{a^2-2ab} \right) \cdot \frac{4b^2 - a^2}{4b^2} = \left(\frac{a-2b}{a(a+2b)} - \frac{a+2b}{a(a-2b)} \right) \cdot \frac{4b^2 - a^2}{4b^2} =$

$$= \frac{(a-2b)^2 - (a+2b)^2}{a(a+2b)(a-2b)} \cdot \frac{a^2 - 4b^2}{4b^2} = \frac{(a-2b-a-2b) \cdot (a-2b+a+2b)}{a(a+2b)(a-2b)} \cdot \frac{a^2 - 4b^2}{4b^2} =$$

$$= \frac{-8ab}{a(a+2b)(a-2b)} \cdot \frac{(a+2b)(a-2b)}{4b^2} = \frac{2}{b}$$

Відповідь: $\frac{2}{b}$.

14. $(5x - 2)^2 \leq (3x + 1)^2 + (4x - 3)^2$; $25x^2 - 20x + 4 \leq 9x^2 + 6x + 1 + 16x^2 - 24x + 9$; $-2x \leq 6$; $x \geq -3$; $x \in [-3; +\infty)$.

Відповідь: $[-3; +\infty)$.

15. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору.

Абсциса вершини $x_v = -\frac{-2}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 2$. Функція спадає, якщо $x \in (-\infty; 2]$. В-дь: $(-\infty; 2]$.

16. Нехай ABC — заданий трикутник,

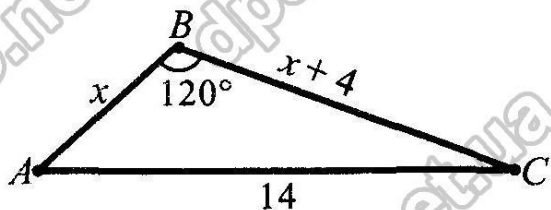
$AC = 14$ см, $\angle B = 120^\circ$, $BC - AB = 4$ см.

Позначимо $AB = x$ см, тоді

$BC = (x + 4)$ см. За теоремою косинусів

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle B;$$

$$14^2 = x^2 + (x + 4)^2 - 2x(x + 4) \cdot \cos 120^\circ;$$



$$196 = x^2 + x^2 + 8x + 16 - 2x(x + 4) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right); 3x^2 + 12x - 180 = 0;$$

$x^2 + 4x - 60 = 0$; $x_1 = -10$ — не підходить, $x_2 = 6$. Отже, $AB = 6$ (см),
 $BC = 6 + 4 = 10$ (см). $P_{ABC} = AB + BC + AC = 6 + 10 + 14 = 30$ (см). B -дзь: 30 см.

17. Нехай друга бригада висаджувала щогодини x кущів, тоді перша — $(x + 5)$ кущів. Тоді 150 кущів друга бригада висадить за $\frac{150}{x}$ годин, а перша —

за $\frac{150}{x+5}$ годин. Рівняння: $\frac{150}{x} - \frac{150}{x+5} = 1$; $\frac{150(x+5) - 150x - x(x+5)}{x(x+5)} = 0$;

$$\frac{-x^2 - 5x + 750}{x(x+5)} = 0; \frac{(x+30)(x-25)}{x(x+5)} = 0; \begin{cases} x_1 = -30; x_2 = 25, \\ x \neq 0; x \neq -5; \end{cases} \quad x_1 \text{ — не задово-$$

льняє умову задачі (оскільки $x_1 < 0$). Отже, щогодини перша бригада висаджувала $25 + 5 = 30$ (кущів), а друга — 25 кущів.

Відповідь: 30 кущів; 25 кущів.

18. $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3}, \\ x + y = 8. \end{cases}$ ОДЗ: $x \neq 0$; $y \neq 0$. Нехай $z = \frac{x}{y}$ ($z \neq 0$). Розв'яжемо перше

рівняння системи: $z + \frac{1}{z} = \frac{10}{3}$; $3z^2 - 10z + 3 = 0$; $z_1 = 3$; $z_2 = \frac{1}{3}$. Повернемо-

ся до заміни: 1) $\frac{x}{y} = 3$; $x = 3y$; 1) $\begin{cases} x = 3y, \\ x + y = 8; \end{cases} \begin{cases} x = 3y, \\ 3y + y = 8; \end{cases} \begin{cases} x = 3y, \\ 4y = 8; \end{cases} \begin{cases} x = 6, \\ y = 2. \end{cases}$

2) $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$; $y = 3x$. $\begin{cases} y = 3x, \\ x + y = 8; \end{cases} \begin{cases} y = 3x, \\ x + 3x = 8; \end{cases} \begin{cases} y = 3x, \\ 4x = 8; \end{cases} \begin{cases} x = 2, \\ y = 6. \end{cases}$ B -дзь: (2; 6), (6; 2).

19. Знайдемо координати середин діагоналей AC і BD чотирикутника $ABCD$.

Для діагоналі AC маємо: $x_{\text{ср.}} = \frac{2+(-1)}{2} = \frac{1}{2}$; $y_{\text{ср.}} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$; $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Для

діагоналі BD : $x_{\text{ср.}} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$; $y_{\text{ср.}} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$; $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Середини обох

діагоналей збігаються. Отже, чотирикутник $ABCD$ — паралелограм.

Знайдемо довжини цих діагоналей: $AC = \sqrt{(2+1)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{34}$;

$BD = \sqrt{(-2-3)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{34}$. Отже, $AC = BD$. Паралелограм з рівними діагоналями є прямокутником. Тоді $ABCD$ — прямокутник.

ВАРІАНТ 16

1. $\frac{2^4}{7} = \frac{8}{28}$.

Відповідь: А.

2. $14\% = 0,14$; $70 \cdot 0,14 = 9,8$ (кг).

Відповідь: В.

3. $5x(x + 3y) = 5x^2 + 15xy$.

Відповідь: А.

4. $x = 0$; $y = 3 \cdot 0 + 18 = 18$; $A(0; 18)$.

Відповідь: В.

5. Якщо $m = -8$, то: $\sqrt{17+m} = \sqrt{17+(-8)} = \sqrt{9} = 3$. В-дь: Г.

6. $\frac{49-x^2}{7-x} = 0$; $\frac{x^2-49}{x-7} = 0$; $\begin{cases} x^2-49=0, \\ x-7 \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x = \pm 7, \\ x \neq 7; \end{cases} x = -7$. В-дь: Б.

7. $x^2 + 3x - 4 \geq 0$; $(x+4)(x-1) \geq 0$; $x \in (-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$.

Відповідь: В.

8. $a_5 = a_3 + 2d$; $a_5 = 5 + 2 \cdot (-4) = -3$.

Відповідь: Б.

9. $d = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15$ (см).

Відповідь: Г.

10. $\angle COB = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$;
 $\angle COK = \angle COB : 2 = 140^\circ : 2 = 70^\circ$.

Відповідь: Г.

11. $S = 4^2 \cdot \sin 135^\circ = 16 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}$ (см²).

Відповідь: Б.

12. $26 - 2 \cdot 7 = 12$ (см) — сума основ трапеції;
 $12 : 2 = 6$ (см) — середня лінія трапеції.

Відповідь: А.

13. $\left(\frac{m-4p}{m^2+4mp} - \frac{m+4p}{m^2-4mp} \right) \cdot \frac{16p^2-m^2}{2p^2} = \left(\frac{m-4p}{m(m+4p)} - \frac{m+4p}{m(m-4p)} \right) \cdot \frac{16p^2-m^2}{2p^2} =$
 $= \frac{(m-4p)^2 - (m+4p)^2}{m(m+4p)(m-4p)} \cdot \frac{m^2-16p^2}{2p^2} = \frac{(m-4p-m-4p) \cdot (m-4p+m+4p)}{m(m+4p)(m-4p)} \cdot \frac{m^2-16p^2}{2p^2} =$
 $= \frac{-16mp}{m(m+4p)(m-4p)} \cdot \frac{(m+4p)(m-4p)}{2p^2} = \frac{8}{p}$

Відповідь: $\frac{8}{p}$.

14. $(5x+1)^2 \leq (3x-2)^2 + (4x+3)^2$. $25x^2 + 10x + 1 \leq 9x^2 - 12x + 4 + 16x^2 + 24x + 9$;
 $-2x \leq 12$; $x \geq -6$; $x \in [-6; +\infty)$.

Відповідь: $[-6; +\infty)$.

15. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 7$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вниз.

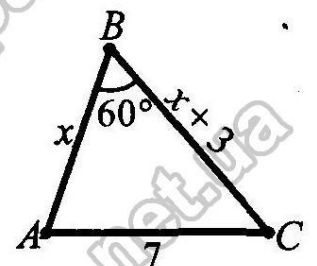
Абсциса її вершини: $x_v = \frac{-b}{2a} = 4$. Функція спадає на $[4; +\infty)$. В-дь: $[4; +\infty)$.

16. Нехай ABC — заданий трикутник, $AC = 7$ см, $\angle B = 60^\circ$;

$BC - AB = 3$ см. Позначимо $AB = x$ см, тоді

$BC = (x + 3)$ см. За теоремою косинусів

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle B$; $7^2 = x^2 + (x+3)^2 -$
 $- 2x(x+3) \cdot \cos 60^\circ$; $49 = x^2 + x^2 + 6x + 9 -$



$$-2x(x+3) \cdot \frac{1}{2}; x^2 + 3x - 40 = 0; x_1 = -8 \text{ — не підходить, } x_2 = 5. \text{ Отже,}$$

$$AB = x = 5 \text{ (см), } BC = x + 3 = 5 + 3 = 8 \text{ (см).}$$

$$P_{ABC} = AB + BC + AC = 5 + 8 + 7 = 20 \text{ (см).}$$

Відповідь: 20 см.

17. Нехай на першому верстаті щогодини виготовляють x деталей. Тоді 90

деталей буде виготовлено за $\frac{90}{x}$ годин. На другому верстаті щогодини

виготовляють $(x-5)$ деталей і 100 деталей виготовлять за $\frac{100}{x-5}$ годин.

$$\text{Отримуємо рівняння: } \frac{100}{x-5} - \frac{90}{x} = 1. \frac{100x - 90(x-5) - x(x-5)}{x(x-5)} = 0;$$

$$\frac{-x^2 + 15x + 450}{x(x-5)} = 0; \frac{(x+15)(x-30)}{x(x-5)} = 0; \begin{cases} x_1 = 30; x_2 = -15, \\ x \neq 0; x \neq 5; \end{cases} \quad x_2 \text{ — не задо-}$$

вольняє умову задачі (оскільки $x_2 < 0$). Отже, щогодини на першому верстаті виготовляють 30 деталей.

Відповідь: 30 деталей.

$$18. \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2}, \\ x - y = 3. \end{cases} \text{ ОДЗ: } x \neq 0; y \neq 0. \text{ Нехай } z = \frac{x}{y} \text{ (} z \neq 0 \text{)}. \text{ Розв'яжемо перше}$$

рівняння системи: $z + \frac{1}{z} = \frac{5}{2}; 2z^2 - 5z + 2 = 0; z_1 = 2; z_2 = 0,5$. Повернемо-

$$\text{ся до заміни: 1) } \frac{x}{y} = 2; x = 2y; \begin{cases} x = 2y, \\ x - y = 3; \end{cases} \begin{cases} x = 2y, \\ 2y - y = 3; \end{cases} \begin{cases} x = 6, \\ y = 3. \end{cases}$$

$$2) \frac{x}{y} = 0,5; x = 0,5y. \begin{cases} x = 0,5y, \\ x - y = 3; \end{cases} \begin{cases} x = 0,5y, \\ 0,5y - y = 3; \end{cases} \begin{cases} x = 0,5y, \\ -0,5y = 3; \end{cases} \begin{cases} x = -3, \\ y = -6. \end{cases}$$

Відповідь: (6; 3), (-3; -6).

19. Знайдемо координати середин діагоналей KM і LN чотирикутника $KLMN$.

$$\text{Для діагоналі } KM \text{ маємо: } x_{\text{ср.}} = \frac{1+(-2)}{2} = -\frac{1}{2}; y_{\text{ср.}} = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2};$$

$$\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right). \text{ Для діагоналі } LN: x_{\text{ср.}} = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}; y_{\text{ср.}} = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2};$$

$\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. Середини обох діагоналей збігаються. Отже, чотирикутник

$KLMN$ — паралелограм. Знайдемо довжини цих діагоналей:

$$KM = \sqrt{(1+2)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{34}; LN = \sqrt{(-3-2)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{34}. \text{ Отже,}$$

$KM = LN$. Паралелограм з рівними діагоналями є прямокутником. Тоді $KLMN$ — прямокутник.