

СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ

(рівень стандарту та профільний рівень)

Час виконання – 210 хвилин

Робота складається з 34 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–29 Ви маєте позначити в бланку **A**. Розв'язання завдань 30–34 Ви маєте записати в бланках **B** та **B**.

Результат виконання завдань **1–26, 30 і 31** сертифікаційної роботи буде зараховано як результат **державної підсумкової атестації** рівня стандарту, а виконання **всіх** завдань – профільного рівня.

Результат виконання **всіх** завдань сертифікаційної роботи буде використано під час **прийому до закладів вищої освіти**.

Інструкція щодо роботи в зошиті

1. Правила виконання завдань зазначені перед кожною новою формою завдань.
2. Рисунки до завдань виконано схематично, без строгого дотримання пропорцій.
3. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 2, 23, 24. Для зручності Ви можете їх відокремити відірвавши.

Інструкція щодо заповнення бланків відповідей **A, B та B**

1. У бланк **A** записуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань, лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку **A** буде зараховано як помилкові.
3. Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–20 в бланку **A** неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразках:

А	Б	В	Г
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

А	Б	В	Г	Д
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 21–29 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланка **A**.
5. Виконавши завдання 30, 31 та 32–34 в зошиті, акуратно запишіть їхні розв'язання в бланках **B** та **B**.
6. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку **A**, та правильного розв'язання завдань 30–34 в бланках **B** та **B**.

Ознайомившись з інструкціями, перевірте якість друку зошита та кількість сторінок. Їх має бути 24.

Позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка **A** так:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Зичимо Вам успіху!

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

Степені

$$a^1 = a, \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}} \text{ для } a \in R, n \in N, n \geq 2$$

$$a^0 = 1, \text{ де } a \neq 0 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ для } a \neq 0, n \in N$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a > 0, m \in Z, n \in N, n \geq 2$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

Квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac \text{ — дискримінант}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \text{ якщо } D > 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}, \text{ якщо } D = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Логарифми

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, k \neq 0$$

$$a^{\log_a b} = b \quad \log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

Арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n - 1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресія

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$$

Теорія ймовірностей

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

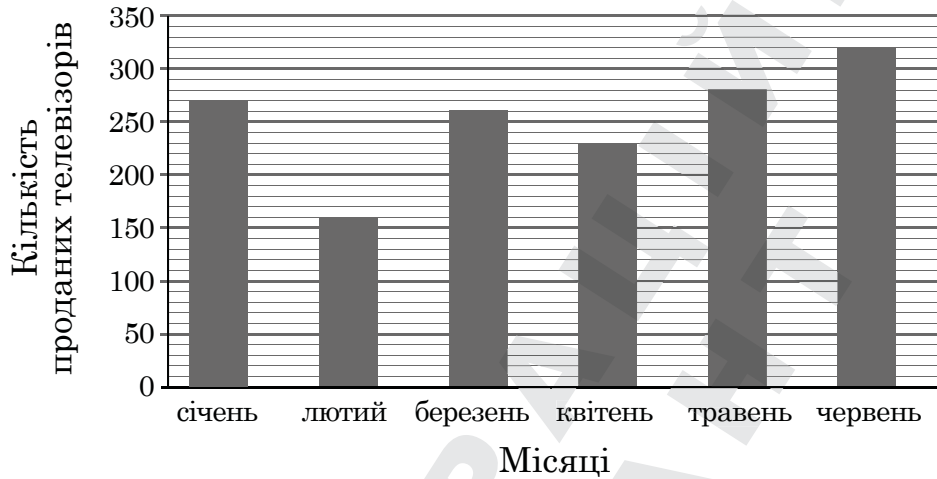
Комбінаторика

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n! \quad C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \quad A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Завдання 1–4 і 5–16 мають відповідно по чотири та п'ять варіантів відповіді, з яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді, позначте його в бланку А згідно з інструкцією. Не робіть інших позначок у бланку А, тому що комп'ютерна програма рееструватиме їх як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення бланку А!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

1. На діаграмі відображено інформацію про кількість проданих телевізорів у супермаркеті побутової техніки протягом перших шести місяців року. Яке з наведених тверджень є правильним?



А	Б	В	Г
найменшу кількість телевізорів продано у квітні	у січні продано 240 телевізорів	у березні продано телевізорів більше, ніж у лютому	у червні продано менше трьохсот телевізорів

--

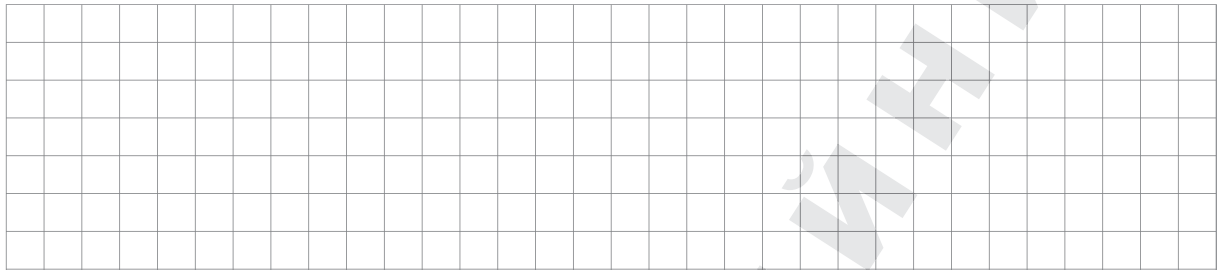
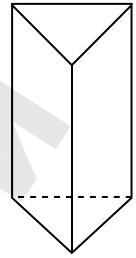
2. Кожен із 40 учасників семінару має бути забезпечений двома однаковими пляшками води. Укажіть *найменшу* кількість упаковок, кожна з яких містить 12 пляшок води, яких вистачить для всіх учасників семінару.

А	Б	В	Г
8	7	6	3

--

3. На рисунку зображено пряму трикутну призму. Її бічною гранню є

- А трикутник
- Б паралелограм, що не є прямокутником
- В відрізок
- Г прямокутник

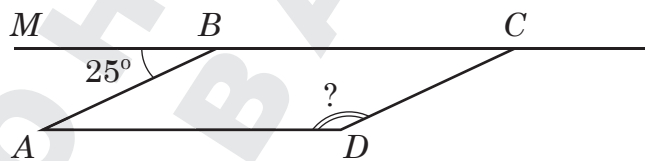


4. Розв'яжіть рівняння $x^2 - 8x + 15 = 0$.

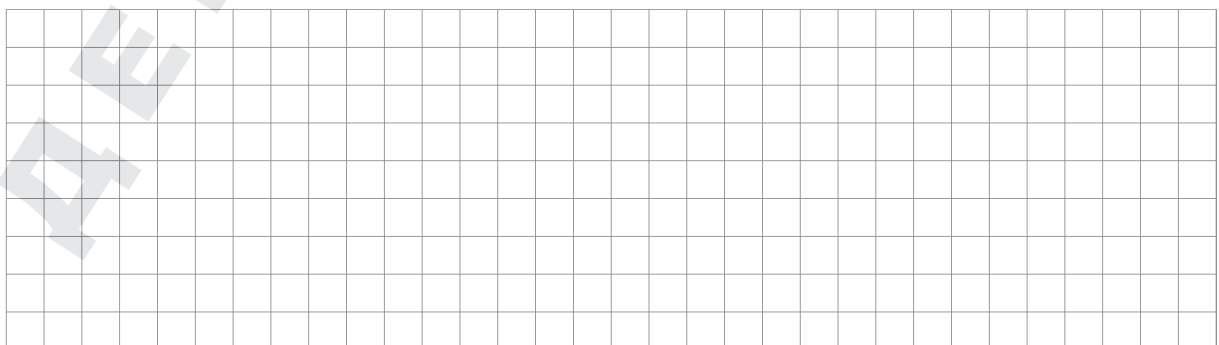
А	Б	В	Г
3; 5	-3; -5	-3; 5	3; -5



5. На рисунку зображено паралелограм $ABCD$, точка B лежить на прямій MC . Визначте градусну міру кута CDA , якщо $\angle MBA = 25^\circ$.



А	Б	В	Г	Д
115°	65°	175°	165°	155°



9. Спростіть вираз $\frac{(2x^2)^3}{4x^9}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{x^3}$	$\frac{2}{x^4}$	$\frac{4}{x^3}$	$\frac{3}{2x^4}$	$\frac{1}{2x}$

10. Які з наведених тверджень є правильними?

- I. Протилежні сторони будь-якого паралелограма рівні.
- II. Довжина сторони будь-якого трикутника менша за суму довжин двох інших його сторін.
- III. Довжина сторони будь-якого квадрата вдвічі менша за його периметр.

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише I та III	лише I та II	лише II та III	I, II та III

11. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 10x - 4y = 26, \\ 6x + 4y = 6. \end{cases}$ Для одержаного розв'язку $(x_0; y_0)$ обчисліть добуток $x_0 \cdot y_0$.

А	Б	В	Г	Д
-3	-6	4	6	3

12. Укажіть похідну функції $f(x) = 4x^3 + \operatorname{tg} x$.

А $f'(x) = 12x^2 + \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

Б $f'(x) = 12x - \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

В $f'(x) = x^4 + \frac{1}{\cos^2 x}$

Г $f'(x) = 12x^2 + \frac{1}{\cos^2 x}$

Д $f'(x) = x^4 - \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

13. Розв'яжіть нерівність $10^{x+1} > 0,01$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3)$	$(-\infty; -2)$	$(-3; +\infty)$	$(-2; +\infty)$	$(1; +\infty)$

14. Обчисліть $\cos 210^\circ$.

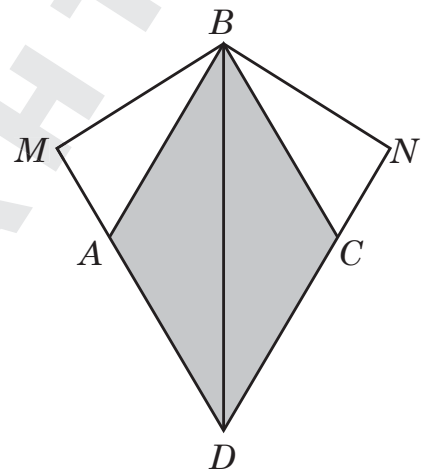
А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

15. Площа бічної поверхні циліндра дорівнює 24π , а довжина кола його основи – 4π . Визначте висоту цього циліндра.

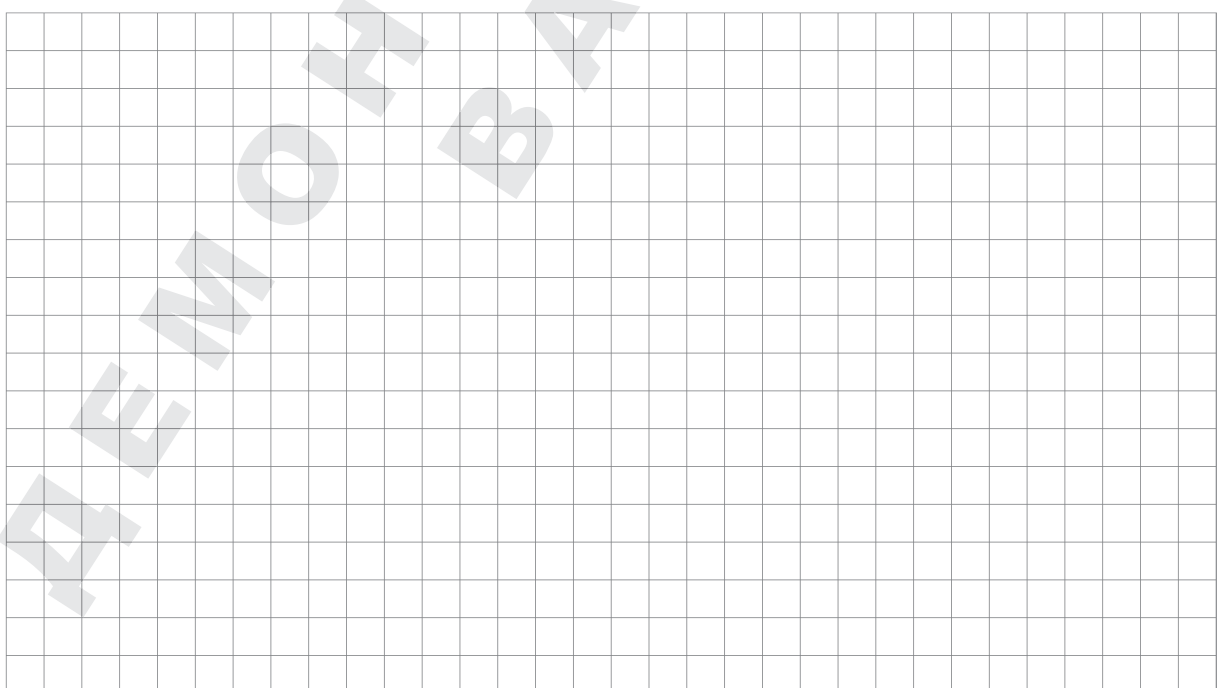
А	Б	В	Г	Д
2	3	4	6	8



16. На рисунку зображено поверхню повітряного змія, що складається з двох рівних прямокутних трикутників AMB й CNB та ромба $ABCD$. Точки A і C належать відрізкам DM і DN відповідно. Гострий кут ромба дорівнює 60° , $BD = 2$ м. Визначте площу поверхні (чотирикутника $MBND$) цього змія, якщо всі його елементи лежать в одній площині. Виберіть відповідь, найближчу до точної.



А	Б	В	Г	Д
$1,5 \text{ м}^2$	$1,7 \text{ м}^2$	$2,6 \text{ м}^2$	$3,4 \text{ м}^2$	$3,9 \text{ м}^2$



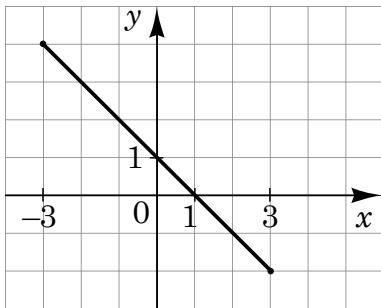
У завданнях 17–20 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у бланку А на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в бланку А комп'ютерна програма реєструватиме як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення бланку А!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

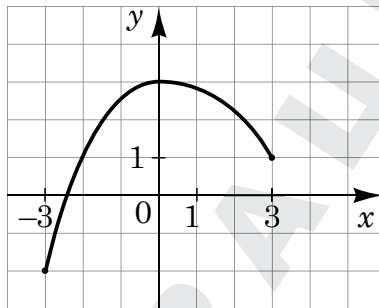
17. На рисунках (1–3) зображено графіки функцій, кожна з яких визначена на проміжку $[-3; 3]$. Установіть відповідність між графіком (1–3) функції та властивістю (А – Д) цієї функції.

Графік функції

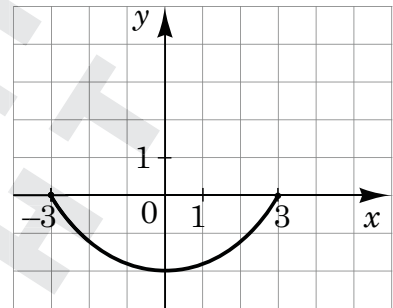
1



2



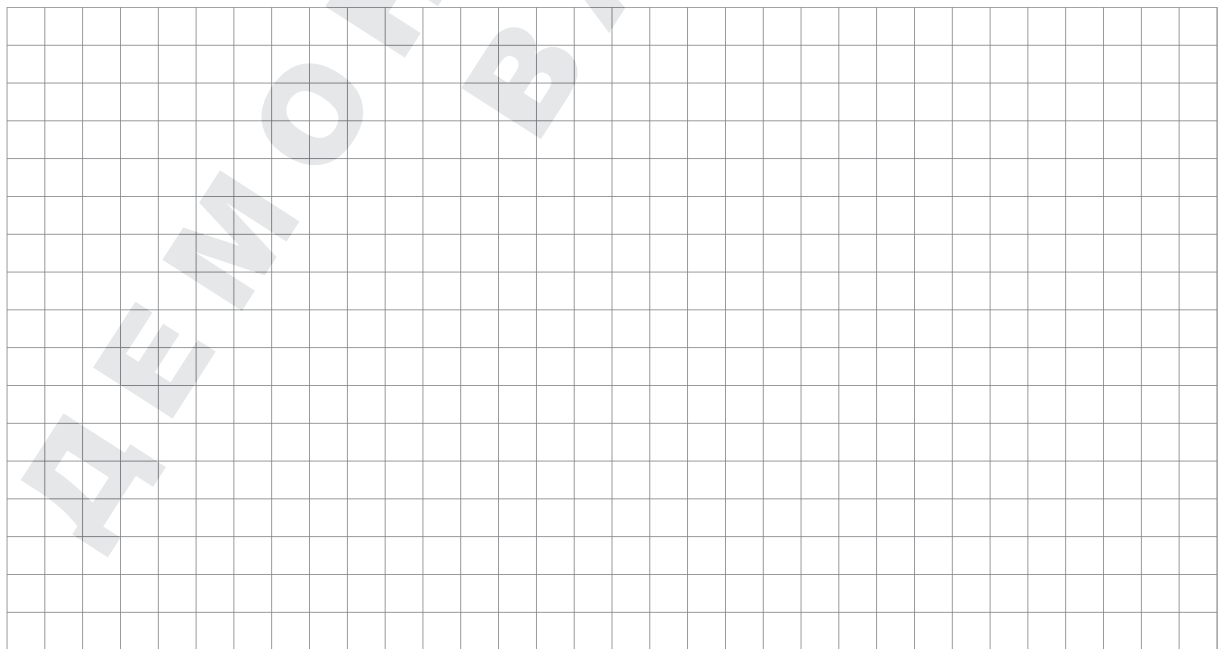
3



Властивість функції

- А графік функції двічі перетинає графік функції $y = 2^x$
- Б графік функції є фрагментом графіка функції $y = 1 - x$
- В графік функції є фрагментом графіка функції $y = 1 + x$
- Г функція є непарною
- Д функція зростає на проміжку $[0; 3]$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



18. Установіть відповідність між виразом (1–3) та твердженням про його значення (А – Д), яке є правильним, якщо $a = -0,6$.

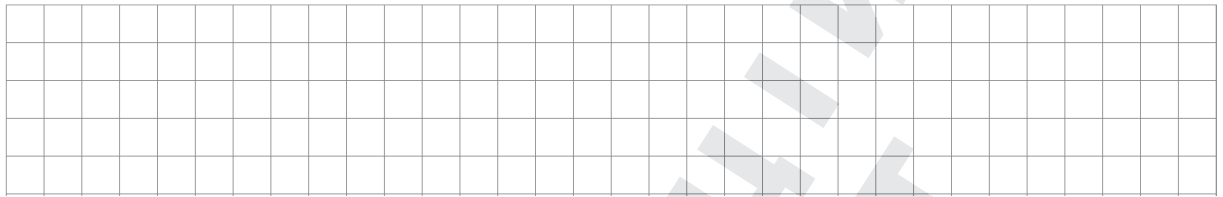
Вираз

- 1 a^2
- 2 $|a|$
- 3 $\log_2(4 + a)$

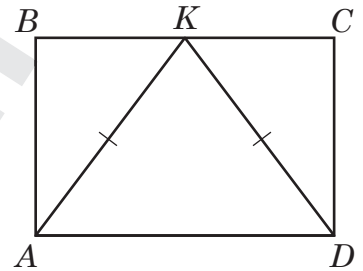
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Твердження про значення виразу

- А дорівнює дробу $\frac{3}{5}$
- Б є від’ємним не цілим числом
- В належить проміжку $[0; 0,5]$
- Г є цілим числом
- Д більше за 1



19. У прямокутник $ABCD$ вписано рівнобедрений трикутник AKD так, як показано на рисунку. $AD = 12$ см, $AK = 10$ см. До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



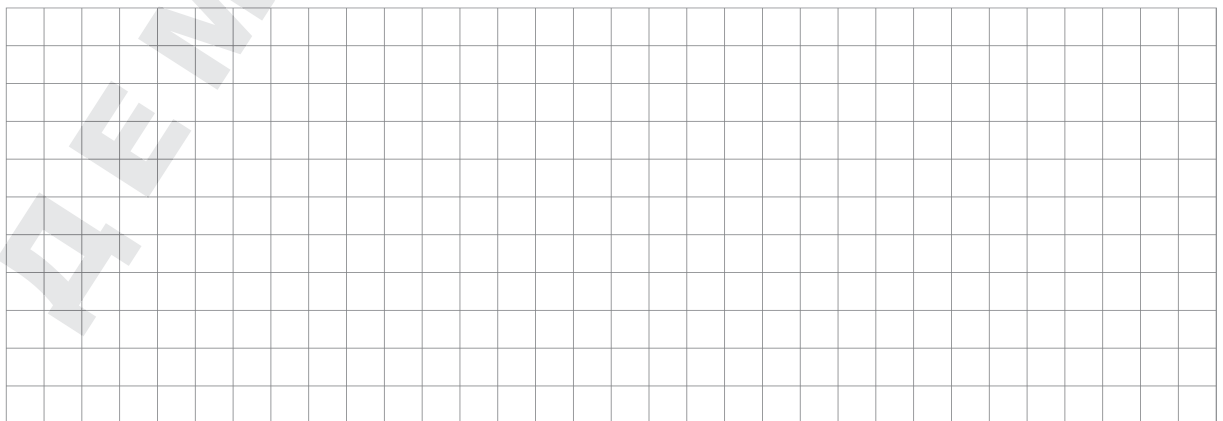
Початок речення

- 1 Довжина сторони AB дорівнює
- 2 Радіус кола, описаного навколо прямокутника $ABCD$, дорівнює
- 3 Довжина середньої лінії трапеції $ABKD$ дорівнює

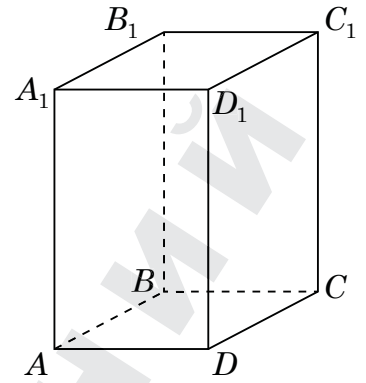
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Закінчення речення

- А $2\sqrt{13}$ см.
- Б 8 см.
- В 9 см.
- Г $4\sqrt{13}$ см.
- Д 4 см.



20. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



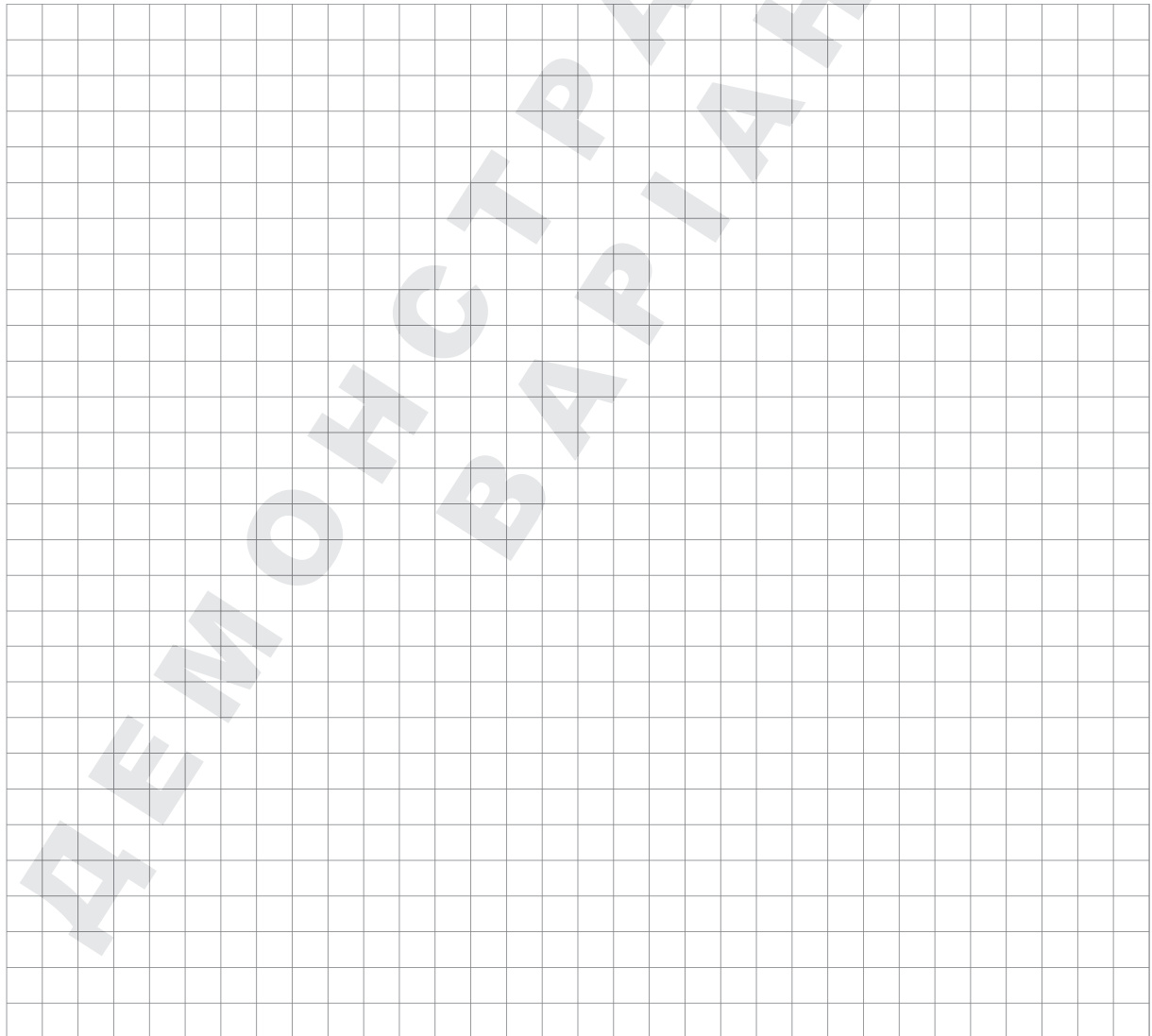
Початок речення

- 1 Пряма BD
- 2 Пряма $A_1 C_1$
- 3 Площина ABC_1

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Закінчення речення

- А паралельна площині ABC .
- Б належить площині ABC .
- В перпендикулярна до площини ABC .
- Г паралельна прямій CD .
- Д перпендикулярна до прямої CD .



Розв'яжіть завдання 21–29. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та бланку А. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у бланку А.

21. За 800 г борошна фабрики «Колос» заплатили 16 грн 56 коп., а за 1 кг борошна фабрики «Хлібна» – 18 грн.

1. Скільки гривень коштує 1 кг борошна фабрики «Колос»?

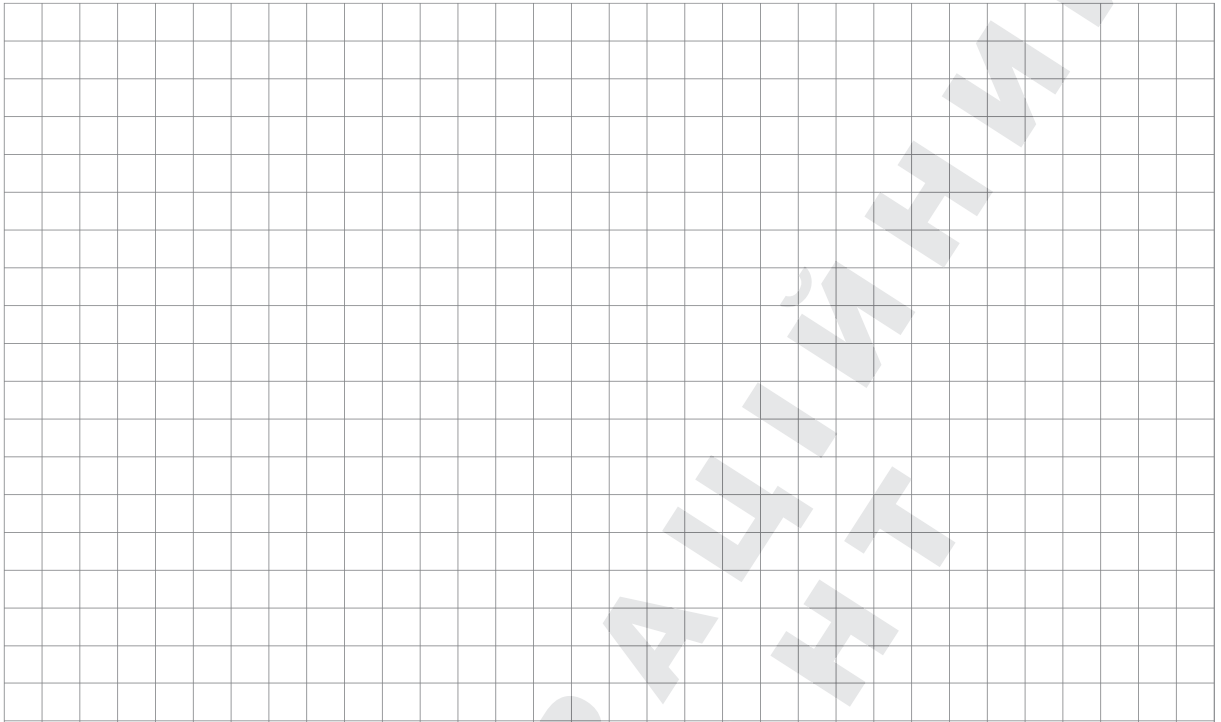
Відповідь: ,

2. На скільки відсотків 1 кг борошна фабрики «Колос» дорожчий за 1 кг борошна фабрики «Хлібна»?

Відповідь: ,

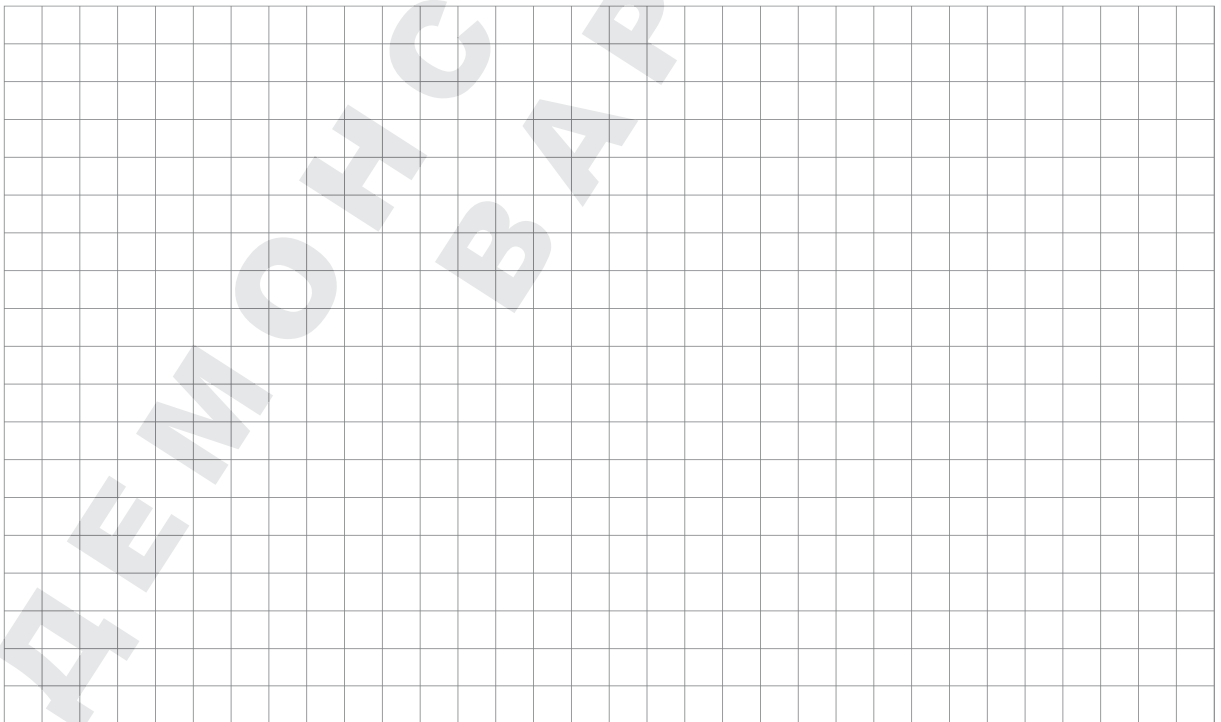
23. У прямокутній системі координат у просторі задано точки $A(-7; 4; -3)$ і $B(17; -4; 3)$. Точка C є серединою відрізка AB .

1. Визначте абсцису точки C .



Відповідь: ,

2. Обчисліть довжину (модуль) вектора \vec{AC} .



Відповідь: ,

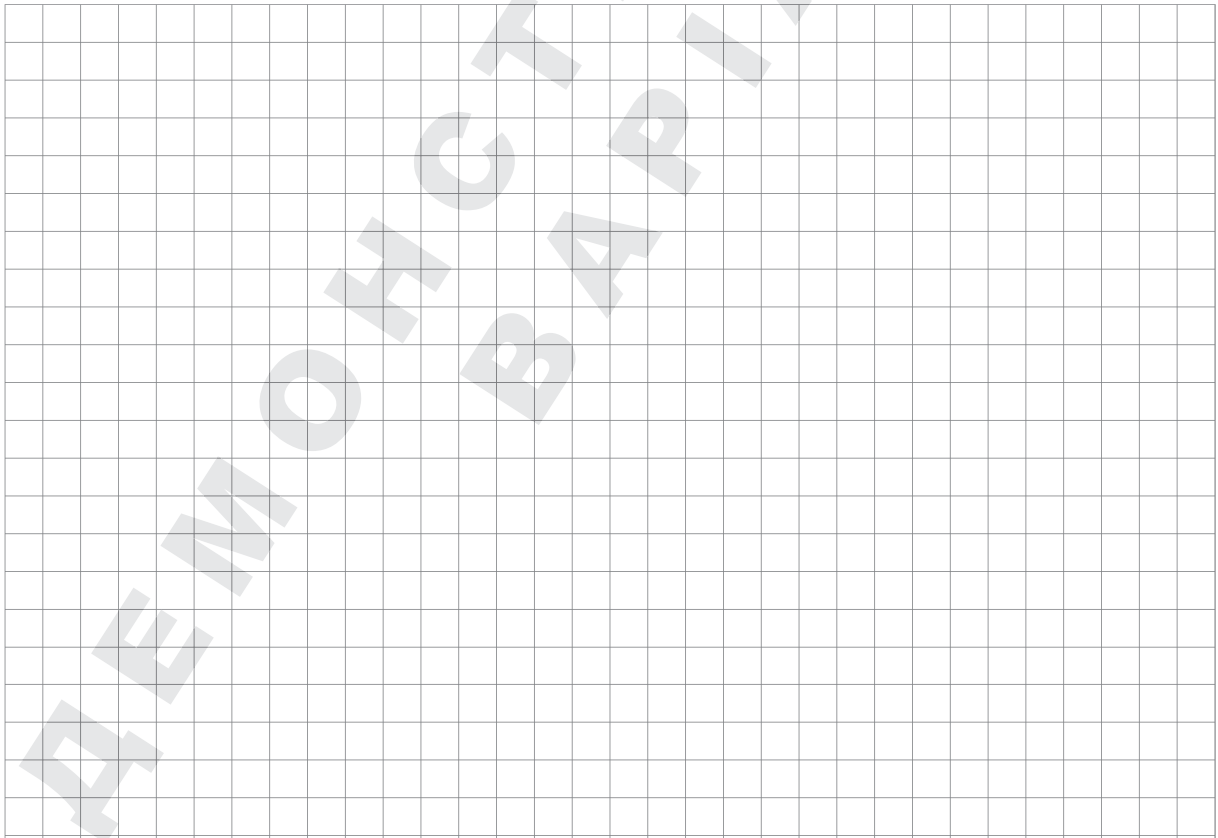
24. В арифметичній прогресії (a_n) відомо, що $a_2 = 1$, $a_4 = 9$.

1. Визначте різницю цієї прогресії.



Відповідь: ,

2. Обчисліть суму S_{20} двадцяти перших членів цієї прогресії.




Відповідь: ,

25. У шухляді лежать лише олівці та ручки. Відомо, що олівців на 12 менше, ніж ручок. Скільки олівців лежить у шухляді, якщо ймовірність вибрати навмання із шухляди одну ручку дорівнює $\frac{5}{8}$?



Відповідь: ,

26. Велосипедист витратив 2 години на дорогу з міста A до міста B . Мотоцикліст виїхав з міста A на півтори години пізніше за велосипедиста, але прибув у місто B одночасно з велосипедистом. Визначте відстань (у км) між містами A та B , якщо швидкість мотоцикліста на 48 км/год більша за швидкість велосипедиста. Уважайте, що велосипедист та мотоцикліст рухалися з міста A до міста B тією самою дорогою зі сталими швидкостями та без зупинок.



Відповідь: ,

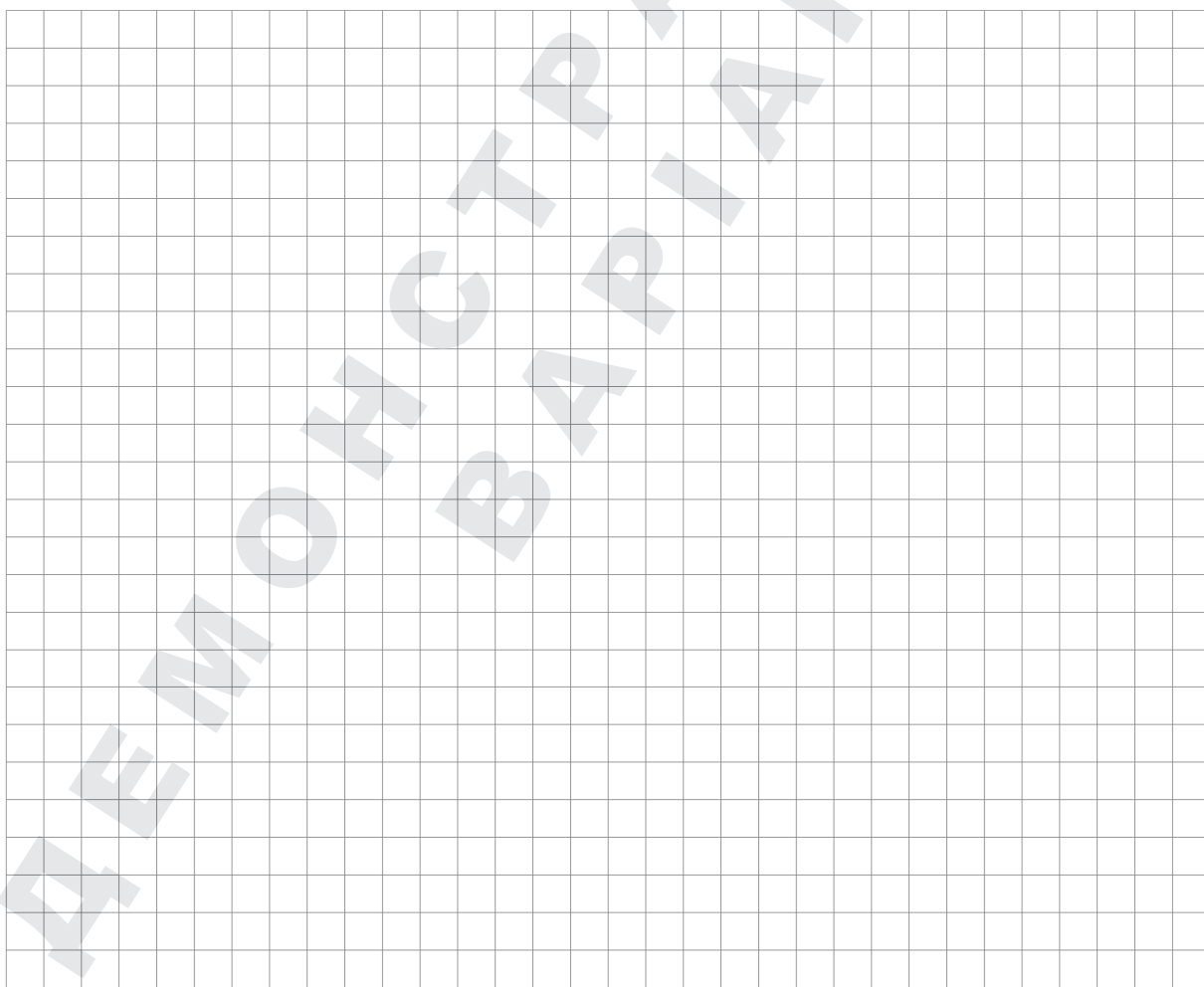
Розв'яжіть завдання 30, 31. Запишіть у бланку *Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

30. Задано функцію $y = \sqrt{x} - 2$.

1. Для наведених у таблиці значень x та y заданої функції визначте відповідні їм значення y та x . Результати запишіть у таблицю.

x	y
0	
	0
9	

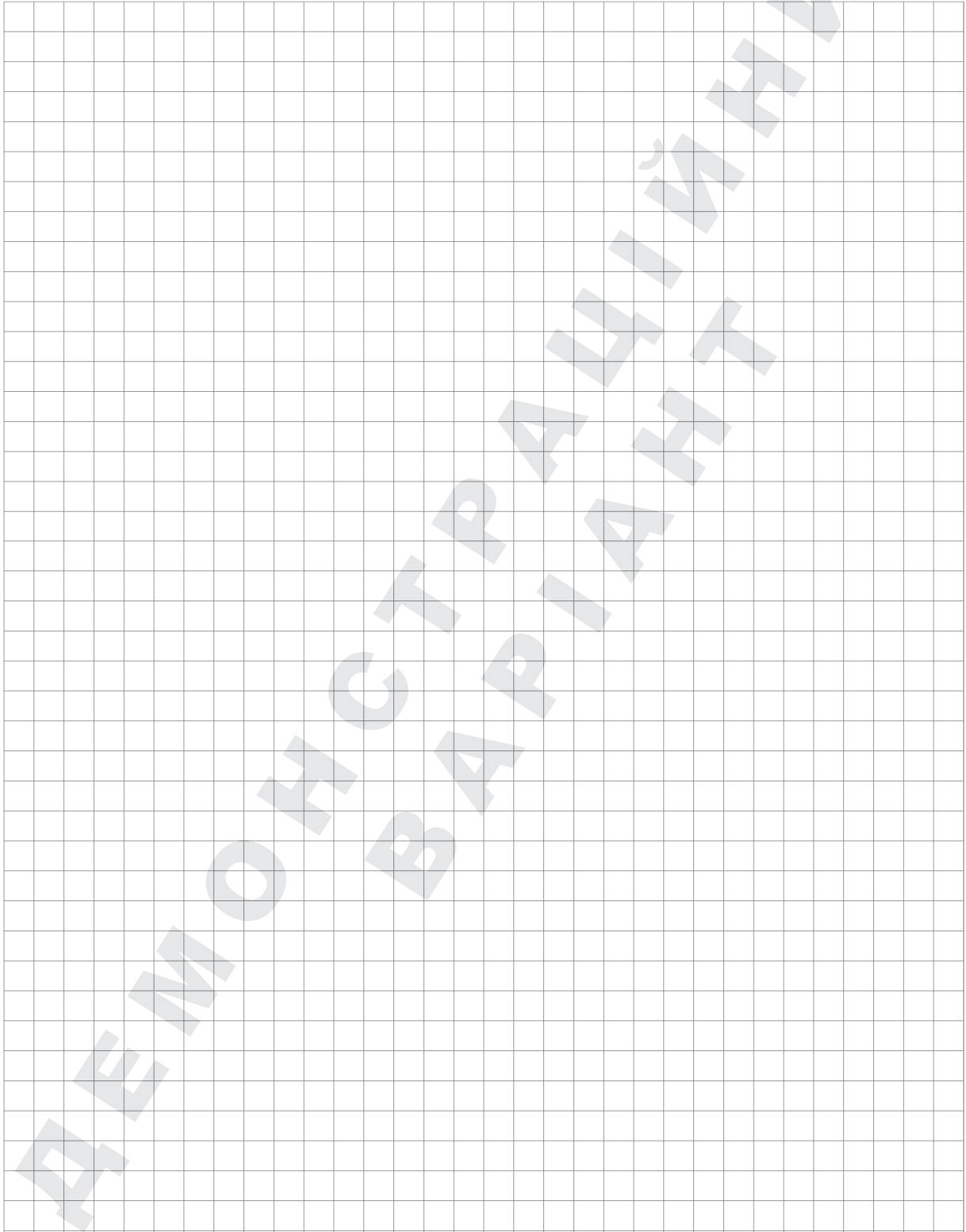
2. Побудуйте графік функції $y = \sqrt{x} - 2$.
3. Позначте на рисунку точки перетину графіка функції з осями координат та укажіть координати цих точок.
4. Знайдіть одну з первісних $F(x)$ для функції $f(x) = \sqrt{x} - 2$.
5. Запишіть формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції f та осями координат.
6. Обчисліть площу S цієї фігури.



Відповідь:

31. У правильній чотирикутній піраміді $SABCD$ з основою $ABCD$ бічне ребро утворює з площиною основи кут β . Довжина бічного ребра дорівнює 12.

1. Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ та позначте кут β між бічним ребром SA та площиною основи піраміди.
2. Визначте довжину висоти піраміди.
3. Знайдіть об'єм піраміди $SABCD$.

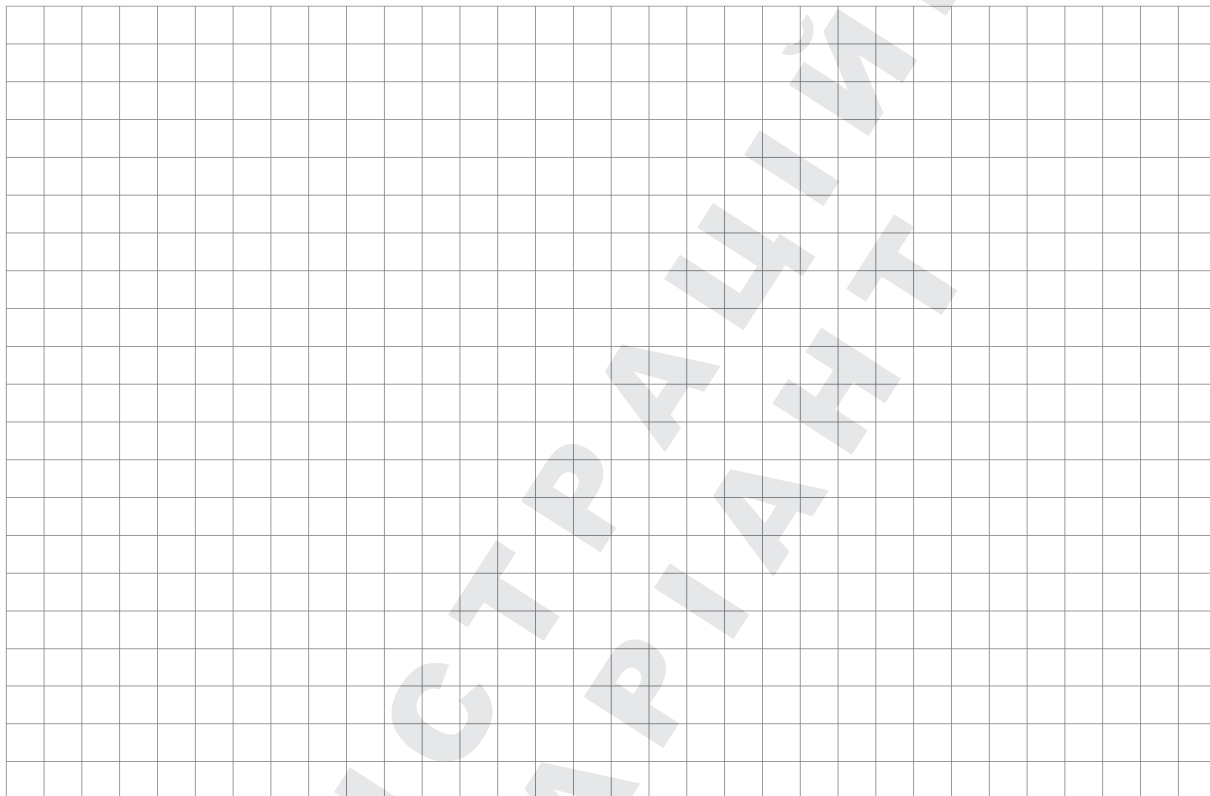


Відповідь:

Розв'яжіть завдання 32–34. Запишіть у бланку *B* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

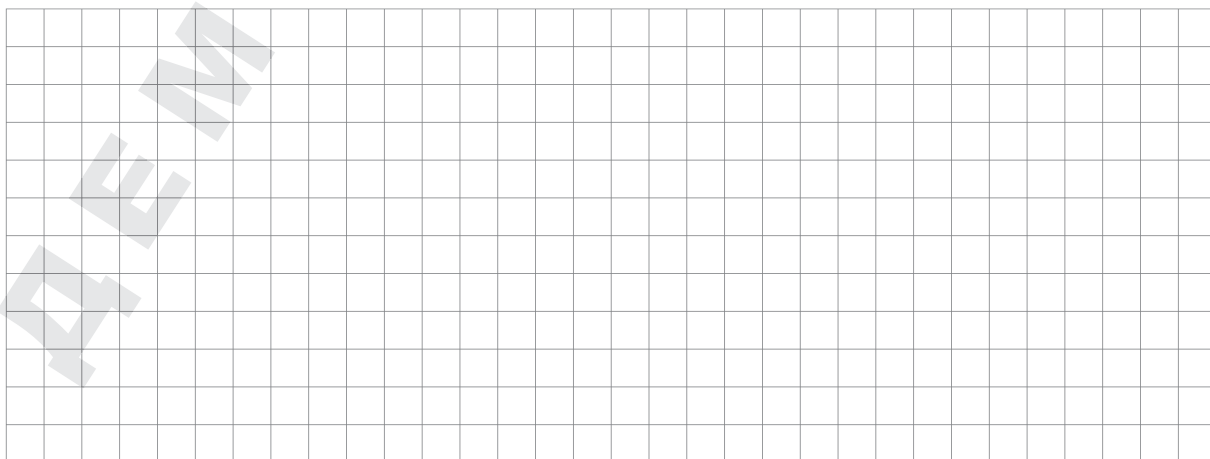
32. Відповідно до умови завдання 31:

1. Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ та укажіть лінійний кут γ двогранного кута при ребрі основи цієї піраміди. Обґрунтуйте його положення.
2. Визначте кут γ .



Відповідь:

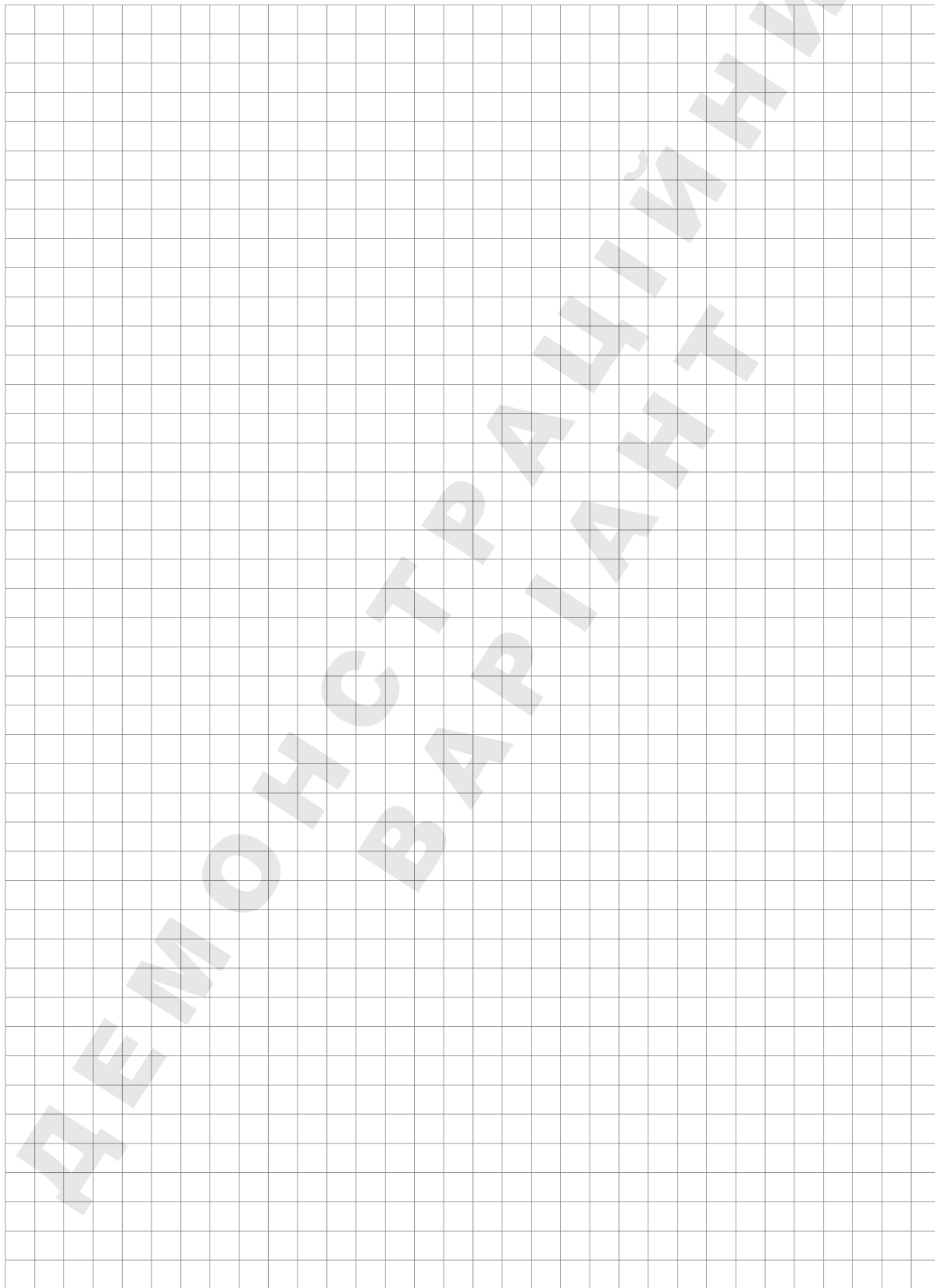
33. Доведіть, що $x^4 + y^4 \geq x^3y + xy^3$ для всіх дійсних чисел x та y .

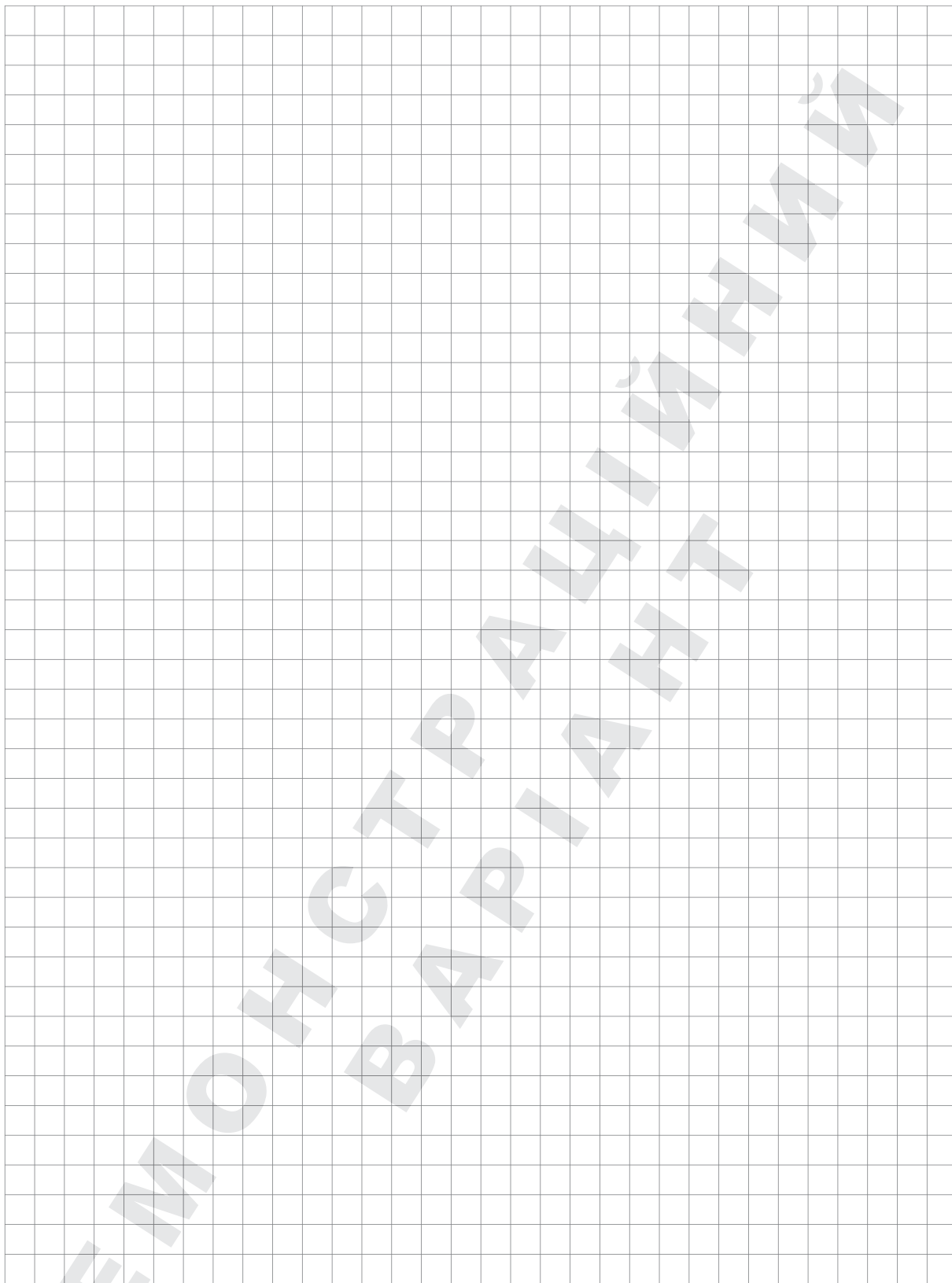


34. Задано рівняння $(25^x + 2a \cdot 5^x + a^2) \cdot \sqrt{\frac{x+8}{x+3}} - 2 = 0$, де x – змінна, a – стала.

1. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{\frac{x+8}{x+3}} - 2 = 0$.

2. Розв'яжіть задане рівняння залежно від значень a .





Відповідь:

Похідна функції

C, a – сталі

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1 \quad (x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x \quad (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(u + v)' = u' + v' \quad (u - v)' = u' - v'$$

$$(uv)' = u'v + uv' \quad (Cu)' = Cu'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$, C – довільна стала
0	C
1	$x + C$
$x^a, a \neq -1$	$\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ – формула Ньютона-Лейбніца}$$

Тригонометрія

$$\sin \alpha = y_a \quad \cos \alpha = x_a \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

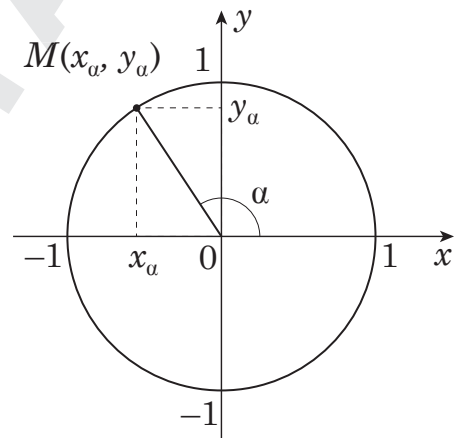
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

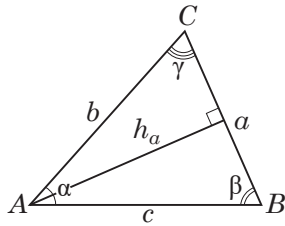


Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	град	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

Трикутники

Довільний трикутник



$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

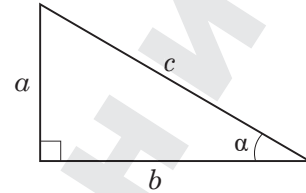
R – радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \quad S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Прямокутний трикутник

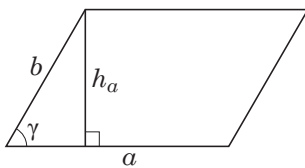
$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Піфагора)}$$

$$\frac{b}{c} = \cos \alpha \quad \frac{a}{c} = \sin \alpha \quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$



Чотирикутники

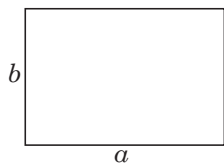
Паралелограм



$$S = ab \sin \gamma$$

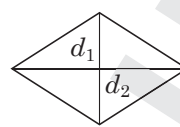
$$S = ah_a$$

Прямокутник



$$S = ab$$

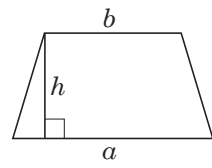
Ромб



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2,$$

d_1, d_2 – діагоналі ромба

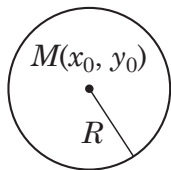
Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h,$$

a і b – основи трапеції

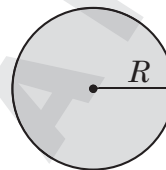
Коло



$$L = 2\pi R$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

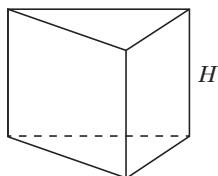
Круг



$$S = \pi R^2$$

Об'ємні фігури та тіла

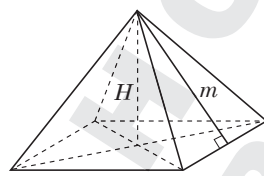
Пряма призма



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = P_{\text{осн}} \cdot H$$

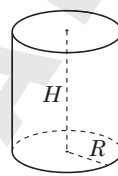
Правильна піраміда



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m$$

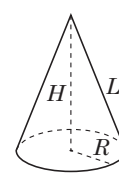
Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_6 = 2\pi R H$$

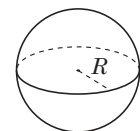
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_6 = \pi R L$$

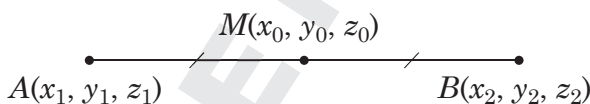
Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Координати та вектори



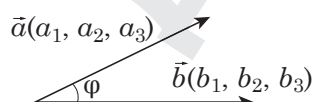
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\overline{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$$

Кінець зошита