ВАРІАНТ № 1

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2			X	
1.3		X		
1.4				X

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6			X	
1.7		X		
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10		X		
1.11				X
1.12				X

1.1. $600 \cdot 0{,}25 = 150$. *В-дь.* **В.**

1.2. НСК(12; 20) $= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$. *В-дь.* **В.**

1.3. $4\frac{13}{100}$ км $= 4\frac{130}{1000}$ км = 4 км 130 м = 4130 м. *В-дь.* **Б.**

1.4. $4x^2y^3 \cdot 0{,}5xy^2 = 2x^3y^5$. *В-дь.* **Г.**

1.5. $2x - 3y = 1$; $2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 1$; $1 = 1$. *В-дь.* **А.**

1.6. $x^2 + 4x - 4 < 0$; $(-2)^2 + 4 \cdot (-2) - 4 = -8 < 0$; $0^2 + 4 \cdot 0 - 4 = -4 < 0$;
$2^2 + 4 \cdot 2 - 4 = 8 > 0$. Отже, розв'язками є числа -2 і 0. *В-дь.* **В.**

1.7. $y = 5x$. *В-дь.* **Б.**

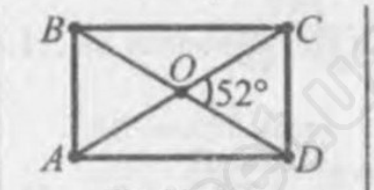
1.8. $(7 \cdot 6) : 2 = 21$. *В-дь.* **Г.**

1.9. $\angle OBC = \angle OCB$; $\angle COD = \angle OBC + \angle OCB = 2\angle OBC$;
$\angle DBC = \angle OBC = \angle COD : 2 = 52° : 2 = 26°$. *В-дь.* **А.**

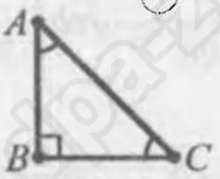
1.10. $AC = AB\sqrt{2}$, тому $AB = AC : \sqrt{2} = 5\sqrt{2} : \sqrt{2} = 5$ (см). *В-дь.* **Б.**

1.11. Довжина кола дорівнює $2\pi \cdot 7 = 14\pi$ (см). Довжина дуги кола дорівнює
$14\pi : 360° \cdot 60° = \frac{7\pi}{3}$ (см). *В-дь.* **Г.**

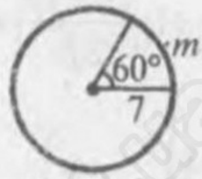
1.12. $AO = \sqrt{(-4-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$. *В-дь.* **Г.**



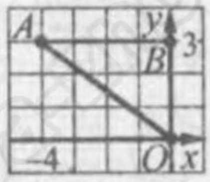
До № 1.9



До № 1.10



До № 1.11



До № 1.12

Частина 2

2.1 $4; -12$.

2.2 $\frac{-3b}{(b+1)(b-2)}$.

2.3 $(-2; -4)$; $(4; 2)$.

2.4 0,5.

Чернетка до частини 2

2.1. Урахувавши, що $S_3 = -24$, $S_6 = -24 + 12 = -12$, маємо систему:

$$\begin{cases} \frac{2a_1 + 2d}{2} \cdot 3 = -24, \\ \frac{2a_1 + 5d}{2} \cdot 6 = -12; \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 + d = -8, \\ 2a_1 + 5d = -4; \end{cases} \quad \begin{cases} 2a_1 + 2d = -16, \\ 2a_1 + 5d = -4; \end{cases} \quad -3d = -12;\ d = 4;\ a_1 = -8 - 4 = -12.$$

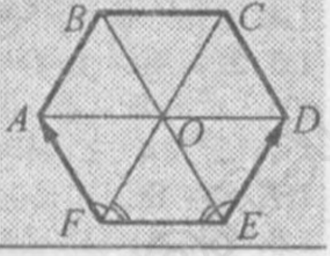
2.2. $\frac{b+2}{b^2+2b+1}:\frac{b^2-4}{3b+3}-\frac{3}{b-2}=\frac{b+2}{(b+1)^2}\cdot\frac{3(b+1)}{(b+2)(b-2)}-\frac{3}{b-2}=$

$=\frac{3}{(b+1)(b-2)}-\frac{3}{b-2}=\frac{3-3(b+1)}{(b+1)(b-2)}=\frac{-3b}{(b+1)(b-2)}.$

2.3. $x^2+y^2=20$ — рівняння кола, $y=x-2$ — рівняння прямої. Координати точок перетину знайдемо із системи: $\begin{cases}x^2+y^2=20,\\ y=x-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+(x-2)^2=20,\\ y=x-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+x^2-4x+4=20,\\ y=x-2;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2-2x-8=0,\\ y=x-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-2, x_2=4,\\ y=x-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-2,\\ y_1=-4\end{cases}$ або $\begin{cases}x_2=4,\\ y_2=2.\end{cases}$

(–2; –4); (4; 2).



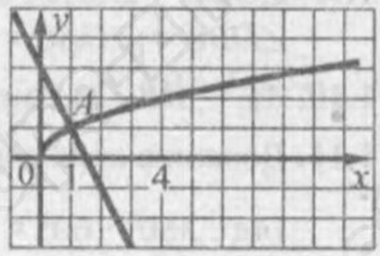
2.4. Усі позначені засічками на рисунку кути дорівнюють по 60°, а трикутники — рівносторонні.

$\overline{FA}=\overline{EO}$; $\overline{FA}\cdot\overline{ED}=\overline{EO}\cdot\overline{ED}=1\cdot1\cdot\cos60^\circ=0,5.$

Частина 3

3.1. Графіки функцій $y=\sqrt{x}$ та $y=3-2x$ зображено на рисунку. Точкою перетину даних графіків є точка (1; 1). Тому розв'язком рівняння є $x=1$.

Відповідь: 1.

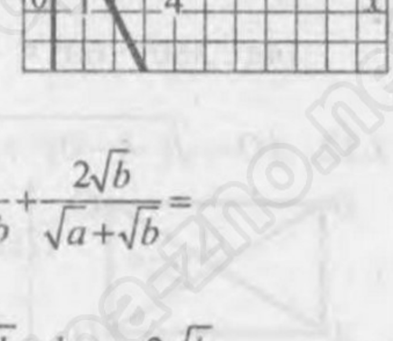


3.2. $\left(\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right)\cdot\frac{1}{a-b}+1:\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2\sqrt{b}}=\left(\frac{\left(\sqrt{a}\right)^3+\left(\sqrt{b}\right)^3}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right)\cdot\frac{1}{a-b}+\frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=$

$=\left(\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(a-\sqrt{ab}+b\right)}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right)\cdot\frac{1}{a-b}+\frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{a-2\sqrt{ab}+b}{a-b}+\frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=$

$=\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}+\frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=1.$ *Відповідь*: 1.

3.3. Нехай задане коло O радіуса r, у якому проведено хорди AB і AC ($AB\perp AC$), $r=AO=BO=CO=10$ см, $AC-AB=4$ см. Нехай $AB=x$ см, тоді $AC=(4+x)$ см. Оскільки $\angle A=90^\circ$, то трикутник BAC — прямокутний, у якому $BC=2OB=2\cdot10=20$ (см). З прямокутного трикутника BAC маємо: $AB^2+AC^2=BC^2$; $x^2+(4+x)^2=20^2$; $x^2+16+8x+x^2=400$; $x^2+4x-192=0$; $x_1=12$, $x_2=-16$ — не підходить. Отже, $AB=12$ см, $AC=4+12=16$ (см). *Відповідь*: 12 см, 16 см.



ВАРІАНТ № 2

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2	X			
1.3				X
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6		X		
1.7		X		
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10			X	
1.11				X
1.12			X	

1.1. $2\frac{7}{16}+3\frac{5}{16}=5\frac{12}{16}=5\frac{3}{4}$. *В-дь.* **Г.**

1.2. $1{,}8:\frac{9}{20}\cdot 100\%=\frac{18}{10}\cdot\frac{20}{9}\cdot 100\%=400\%$. *В-дь.* **А.**

1.3. $3:5=\frac{3}{5}$. *В-дь.* **Г.**

1.4. $(x-2)(x+2)-x(x+3)=x^2-4-x^2-3x=-3x-4$. *В-дь.* **А.**

1.5. $\left(6\sqrt{5}\right)^2=36\cdot 5=180$. *В-дь.* **Г.**

1.6. $x^2-9x+20=0$. За теоремою, оберненою до теореми Вієта, маємо: $x_1=4$, $x_2=5$. *В-дь.* **Б.**

1.7. Пряма $y=3x-8$ паралельна прямій $y=13+3x$, оскільки кутові коефіцієнти цих прямих рівні. *В-дь.* **Б.**

1.8. $P(A)=\frac{42-(14+16)}{42}=\frac{12}{42}=\frac{2}{7}$. *В-дь.* **Г.**

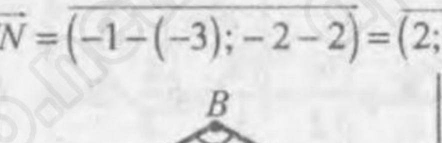
1.9. $\angle BAC=(180°-120°):2=30°$. *В-дь.* **Б.**

1.10. $BC=AD-2AK=(22+7)-2\cdot 7=15$ (см). *В-дь.* **В.**

1.11. За теоремою косинусів $AC^2=8^2+1^2-2\cdot 8\cdot 1\cdot\cos 60°=65-16\cdot\frac{1}{2}=57$ (см^2);

$AC=\sqrt{57}$ (см). *В-дь.* **Г.**

1.12. $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{(-1-(-3);\,-2-2)}=\overrightarrow{(2;\,-4)}$. *В-дь.* **В.**



До № 1.9

До № 1.10

До № 1.11

Частина 2

2.1 $\left(\frac{20}{23};+\infty\right)$.

2.2 14.

2.3 3,1; 3.

2.4 $30\sqrt{3}$ (см^2).

Чернетка до частини 2

2.1. $\frac{5x-3}{3}-\frac{3-x}{6}>\frac{2-x}{12}\,\Big|\cdot 12$; $4(5x-3)-2(3-x)>2-x$; $20x-12-6+2x>2-x$;

$20x + 2x + x > 12 + 6 + 2$; $23x > 20$; $x > \frac{20}{23}$; $x \in \left(\frac{20}{23}; +\infty\right)$.

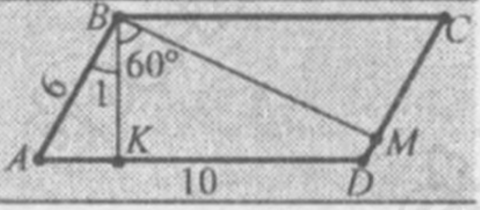
2.2. $a_1 = 11,3$; $a_2 = 10,4$, $d = a_2 - a_1 = -0,9$. $a_n = a_1 + d(n-1)$, $a_n < 0$,

$11,3 - 0,9(n-1) < 0$; $11,3 - 0,9n + 0,9 < 0$; $0,9n > 12,2$; $n > 12,2 : 0,9$; $n > 13\frac{5}{9}$. Отже, номер першого від'ємного члена $n = 14$.

2.3. Середнє значення $t_c = \frac{3+1+4+2+5+3+2+4+6+1}{10} = 3,1$. Розмістимо значення вибірки у порядку їх зростання: 1; 1; 2; 2; 3; 3; 4; 4; 5; 6. Медіана дорівнює 3.

2.4. $\angle 1 = 90° - 60° = 30°$. $\angle A = 90° - 30° = 60°$. Тоді

$S = ab\sin\alpha = 6 \cdot 10 \sin 60° = 30\sqrt{3}$ (см^2).



Частина 3

3.1. Нехай швидкість поїзда за розкладом x км/год, тоді час його руху має бути $\frac{120}{x}$ год. Збільшена швидкість руху поїзда — $(x + 10)$ км/год. Час його руху з цією швидкістю $\frac{120}{x+10}$ год, що на 24 хв $= \frac{2}{5}$ год менше, ніж за розкладом. Рівняння:

$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+10} = \frac{2}{5}$; $\frac{600(x+10) - 600x - 2x(x+10)}{5x(x+10)} = 0$; $\frac{-2x^2 - 20x + 6000}{5x(x+10)} = 0$;

$\frac{x^2 + 10x - 3000}{5x(x+10)} = 0$; $x_1 = -60$ — не задовольняє умову задачі, $x_2 = 50$ (км/год).

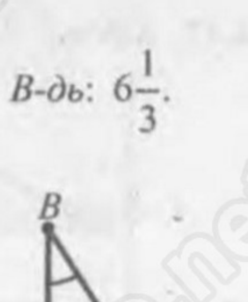
Відповідь: 50 км/год.

3.2. $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1 x_2}$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = 10$, $x_1 x_2 = 12$. Оскільки

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 100 - 24 = 76$, то $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{76}{12} = \frac{19}{3} = 6\frac{1}{3}$. *В-дь:* $6\frac{1}{3}$.

3.3. Нехай ACB — заданий прямокутний трикутник ($\angle C = 90°$), у якому $AB = 6$ см, $\angle B = 30°$, $A_1C_1B_1$ — трикутник, подібний до трикутника ACB, $S_{A_1C_1B_1} = 18\sqrt{3}$ см^2. Оскільки $\angle B = 30°$, то $AC = AB : 2 = 6 : 2 = 3$ (см). За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 30° = 60°$. Тоді:

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin\angle A$; $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 \cdot \sin 60° = 4,5\sqrt{3}$ (см^2).



Площі подібних фігур відносяться як квадрати відповідних сторін. Нехай найбільша сторона подібного трикутника (гіпотенуза) дорівнює x см. Маємо: $\frac{6^2}{x^2} = \frac{4,5\sqrt{3}}{18\sqrt{3}}$; $x^2 = \frac{36 \cdot 18}{4,5}$; $x = 12$ (см).

Відповідь: 12 см.

ВАРІАНТ № 3

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2			X	
1.3				X
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6	X			
1.7			X	
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10			X	
1.11		X		
1.12			X	

1.1. $3\frac{1}{6}:19=\frac{19}{6}\cdot\frac{1}{19}=\frac{1}{6}.$ *В-дь.* **Г.**

1.2. $2x-5=23$; $2x=23+5$; $2x=28$; $x=28:2$; $x=14$. *В-дь.* **В.**

1.3. 5 км = 5000 м = 500 000 см. Отже, масштаб карти 1 : 500 000. *В-дь.* **Г.**

1.4. $y=3x-4$. Через точку $C(1;-1)$, бо якщо $x=1$, то $y=3\cdot1-4=-1$. *В-дь.* **В.**

1.5. $\frac{\sqrt{15}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=3.$ *В-дь.* **А.**

1.6. $x^2+15x+6=0$; $D=15^2-4\cdot6>0$. За теоремою, оберненою до теореми Вієта, $x_1\cdot x_2=6$. *В-дь.* **А.**

1.7. Параболу $y=(x-2)^2+1$ одержали з параболи $y=x^2$, перенісши її на 2 одиниці праворуч і на 1 одиницю вгору, тому вершина міститься в точці (2; 1). *В-дь.* **В.**

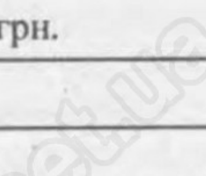
1.8. Лінійна функція $y=kx+b$ зростаюча, якщо $k>0$, тому зростаючою є $y=\frac{x}{5}$. *В-дь.* **В.**

1.9. Оскільки діаметр кола дорівнює 8 см, то $R=4$ см. Відстань від центра кола до прямої — 5 см, тому коло й пряма не перетинаються. *В-дь.* **В.**

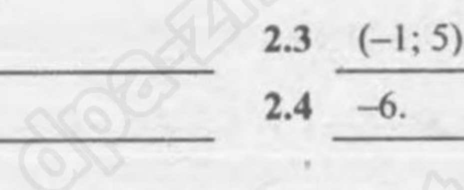
1.10. $S=10\cdot15\cdot\sin30°=150\cdot0{,}5=75$ (см^2). *В-дь.* **В.**

1.11. Внутрішній кут правильного шестикутника дорівнює 120°. Тому зовнішній його кут дорівнює 180° – 120° = 60°. *В-дь.* **Б.**

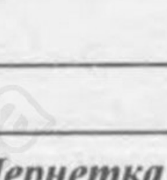
1.12. $(\vec{a};\vec{b})=1\cdot2x+(-1)\cdot10=2x-10$; $2x-10=10$; $2x=20$; $x=10$. *В-дь.* **В.**



До № 1.9



До № 1.10



До № 1.11

Частина 2

2.1 52900 грн.

2.2 1.

2.3 (–1; 5).

2.4 –6.

Чернетка до частини 2

2.1. 40000(1 + 0,15)(1 + 0,15) = 52900 (грн).

2.2. $\begin{cases}a_6=a_1+5d,\\a_{12}=a_1+11d;\end{cases}$ $\begin{cases}a_1+5d=26,\\a_1+11d=56;\end{cases}$ $\begin{cases}6d=30,\\a_1+11d=56;\end{cases}$ $\begin{cases}d=5,\\a_1=1;\end{cases}$ $a_1=1.$

2.3. $y=\frac{4}{\sqrt{5+4x-x^2}}$; $5+4x-x^2>0$; $x^2-4x-5<0$; $(x+1)(x-5)<0$; $x\in(-1;5)$.

2.4. $\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\vec{a}^2-2\vec{a}\vec{b}+\vec{a}\vec{b}-2\vec{b}^2=\vec{a}^2-\vec{a}\vec{b}-2\vec{b}^2=2^2-2\cdot2\cdot\cos60^\circ-2\cdot2^2=$
$=4-2-8=-6.$

Частина 3

3.1. $\begin{cases}7xy+y=16,\\7xy-x=13;\end{cases}$ $\begin{cases}7xy+y=16,\\-7xy+x=-13;\end{cases}$ $\begin{cases}7xy+y=16,\\x+y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}7(3-y)y+y=16,\\x=3-y;\end{cases}$

$\begin{cases}7y^2-22y+16=0,\\x=3-y;\end{cases}$ $\begin{cases}y_1=\dfrac{8}{7},\\x=3-y\end{cases}$ або $\begin{cases}y_2=2,\\x=3-y.\end{cases}$ Звідки: $\begin{cases}x_1=1\dfrac{6}{7},\\y_1=1\dfrac{1}{7}\end{cases}$ або $\begin{cases}x_2=1,\\y_2=2.\end{cases}$

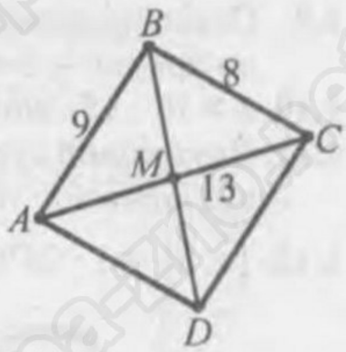
Відповідь: $\left(1\dfrac{6}{7};1\dfrac{1}{7}\right)$, $(1;2)$.

3.2. $\begin{cases}x^2-x-6\ge0,\\4x(x-1)-2(x+1)^2\le8;\end{cases}$ $\begin{cases}(x+2)(x-3)\ge0,\\4x^2-4x-2x^2-4x-2\le8;\end{cases}$ $\begin{cases}(x+2)(x-3)\ge0,\\2x^2-8x-10\le0;\end{cases}$

$\begin{cases}(x+2)(x-3)\ge0,\\x^2-4x-5\le0;\end{cases}$ $\begin{cases}(x+2)(x-3)\ge0,\\(x-5)(x+1)\le0;\end{cases}$ $\begin{cases}x\in(-\infty;-2]\cup[3;+\infty),\\x\in[-1;5];\end{cases}$ $x\in[3;5]$.

Відповідь: [3; 5].

3.3. Нехай ABC — заданий трикутник, у якому $BC=8$ см, $AB=9$ см, $AC=13$ см. BM — медіана, тому $MC=\dfrac{1}{2}AC$.



Відкладемо на продовженні медіани BM $MD=BM$.
Отримаємо паралелограм $ABCD$ (діагоналі чотирикутника точкою перетину діляться навпіл);
$BD^2+AC^2=2(AB^2+BC^2)$;
$BD^2+13^2=2(9^2+8^2)$; $BD^2=121$; $BD=11$ (см);
$BM=0{,}5BD=5{,}5$ (см).
Відповідь: 5,5 см.

ВАРІАНТ № 4 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2				X
1.3		X		
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6			X	
1.7			X	
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10	X			
1.11	X			
1.12	X			

1.1. 6 год 26 хв – 5 хв 17 с = 6 год 25 хв 60 с – 5 хв 17 с = 6 год 20 хв 43 с. *В-дь.* **Г.**

1.2. $\frac{2}{5}^{\backslash 3} - \frac{4}{15} = \frac{6-4}{15} = \frac{2}{15}$. *В-дь.* **Г.**

1.3. У правильного дробу чисельник менший від знаменника: $\frac{1}{3}$ і $\frac{19}{20}$. *В-дь.* **Б.**

1.4. $\left(x^{-4}\right)^8 : x^{-16} = x^{-32} : x^{-16} = x^{-32-(-16)} = x^{-16}$. *В-дь.* **А.**

1.5. $1{,}2 < a < 1{,}8$; $P = 4a$, тому $4 \cdot 1{,}2 < 4a < 4 \cdot 1{,}8$; $4{,}8 < P < 7{,}2$. *В-дь.* **В.**

1.6. Шуканою параболою є $y = x^2 - 1$, бо це парабола $y = x^2$, опущена на 1 вниз. *В-дь.* **В.**

1.7. $y(5) = -2 \cdot 5 + 8 = -2$. *В-дь.* **В.**

1.8. $(4 + 5 + 6 + 7 + 8 \cdot 2 + 9 + 12 + 13) : 9 = 72 : 9 = 8$. *В-дь.* **Б.**

1.9. $70 : (2 + 5) \cdot 2 = 20$ (см); $70 - 20 = 50$ (см). *В-дь.* **В.**

1.10. $S = p \cdot r = \frac{a+b+c}{2} \cdot r = \frac{18}{2} \cdot 5 = 45$ (см²). *В-дь.* **А.**

1.11. $a = 16 : 4 = 4$ (см). $S = 4 \cdot 4 \cdot \sin 45° = 16 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}$ (см²). *В-дь.* **А.**

1.12. До вектора $\vec{a}\,(1; 1{,}5)$ колінеарний вектор $\overline{(6; 9)}$, бо $\overline{(6; 9)} = 6 \cdot \overline{(1; 1{,}5)}$. *В-дь.* **А.**

Частина 2

2.1 (1; 5); (–2; –4).

2.2 $2\sqrt{3}$.

2.3 2^{48}.

2.4 34,72 см².

Чернетка до частини 2

2.1. Координати точок перетину знайдемо з системи: $\begin{cases} y = 3x + 2, \\ y = 3x^2 + 6x - 4. \end{cases}$ Звідки:

$3x^2 + 6x - 4 = 3x + 2$; $3x^2 + 3x - 6 = 0$; $x^2 + x - 2 = 0$; $x_1 = 1$, $x_2 = -2$. Тоді: $y_1 = 3 \cdot 1 + 2 = 5$, $y_2 = 3 \cdot (-2) + 2 = -4$. Отже, графіки перетинаються у точках (1; 5) і (–2; –4).

2.2. $\sqrt{\left(\sqrt{27} - 4\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{3} - 4\right)^2} = \left|3\sqrt{3} - 4\right| + \left|\sqrt{3} - 4\right| = 3\sqrt{3} - 4 + \left(4 - \sqrt{3}\right) = 2\sqrt{3}$.

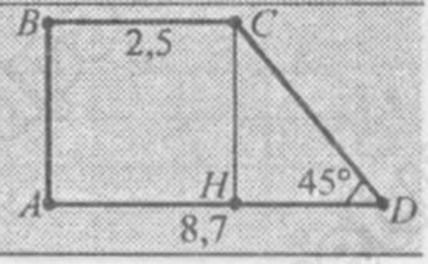
2.3. Число бактерій збільшується удвічі через кожні півгодини. Якщо зафіксувати кількість бактерій щопівгодини, то одержимо послідовність: $1; 2; 2^2; 2^3; \ldots; 2^{n-1}$. Ця послідовність є геометричною прогресією. Потрібно визначити, скільки бактерій утвориться з однієї бактерії через 24 год (48 разів по півгодини), тобто потрібно знайти 49-й член прогресії. Маємо $b_1 = 1$, $q = 2$, $n = 49$. Тоді за формулою

$b_n = b_1 q^{n-1}$ маємо: $b_{49} = 1 \cdot 2^{49-1} = 2^{48}$.

2.4. $HD = AD - AH = 8{,}7 - 2{,}5 = 6{,}2$ (см);

$CH = HD = 6{,}2$ (см);

$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot CH = \frac{2{,}5 + 8{,}7}{2} \cdot 6{,}2 = 34{,}72$ (см^2).



Частина 3

3.1. Нехай один трактор сам може зорати поле за x год, виконуючи за 1 год $\frac{1}{x}$ частину завдання, тоді інший виоре поле за $(x + 6)$ год, виконуючи за 1 год $\frac{1}{x+6}$ частину завдання, а працюючи разом, за 1 год вони виорють $\frac{1}{4}$ частину поля. Рівняння:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}; \quad \frac{4(x+6) + 4x - x(x+6)}{4x(x+6)} = 0; \quad \frac{x^2 - 2x - 24}{x(x+6)} = 0; \quad \begin{cases} x^2 - 2x - 24 = 0, \\ x(x+6) \neq 0; \end{cases}$$

$x_1 = -4$ — не задовольняє умову задачі, $x_2 = 6$. Отже, один трактор може зорати поле за 6 год, а інший — за $6 + 6 = 12$ (год).

Відповідь: 6 год; 12 год.

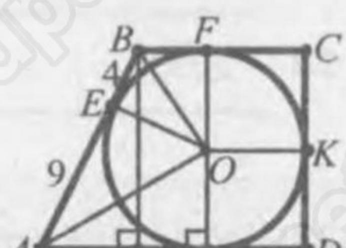
3.2. Координати точок перетину знайдемо із системи: $\begin{cases} y = \frac{6}{x-2}, \\ y = 9 - x. \end{cases}$ Отже, $9 - x = \frac{6}{x-2}$;

$$\begin{cases} (9-x)(x-2) = 6, \\ x \neq 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 9x - x^2 - 18 + 2x = 6, \\ x \neq 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 11x + 24 = 0, \\ x \neq 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 3, x_2 = 8, \\ x \neq 2; \end{cases}$$

$y_1 = 6, y_2 = 1$.

Відповідь: (3; 6), (8; 1).

3.3. Нехай $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $CD \perp AD$) — задана прямокутна трапеція, у яку вписано коло з центром O; E, F, K і P — точки дотику кола до сторін трапеції (див. рис.), $AP = AE = 9$ см як дотичні до кола, проведені з однієї точки. Аналогічно $BF = BE = 4$ см. Проведемо $BL \perp AD$. $OF \perp BC$ і $OP \perp AD$ як радіуси, проведені до дотичних. Отже, $FP \perp AD$, звідки $LP = BF = 4$ см, $AL = AP - BF = 9 - 4 = 5$ (см). З ΔABL:



$BL = \sqrt{AB^2 - AL^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ (см). $CD = BL = 12$ см.

$OP = OF$ як радіуси кола. $POKD$ і $OFCK$ — квадрати, у яких спільна сторона OK, тому $CK = KD = \frac{1}{2} BL = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ (см). Звідси $FC = PD = 6$ см.

Отже, $BC = BF + FC = 4 + 6 = 10$ (см). $AD = AP + PD = 9 + 6 = 15$ (см).

Таким чином, $S_{\text{тр.}} = \frac{BC + AD}{2} \cdot CD = \frac{10 + 15}{2} \cdot 12 = 150$ (см^2).

Відповідь: 150 см^2.

ВАРІАНТ № 5 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2		X		
1.3		X		
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6			X	
1.7			X	
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10			X	
1.11			X	
1.12	X			

1.1. На 5 і 9 ділиться число, яке закінчується на 5 і сума цифр якого ділиться на 9. Таким є число 2835. *В-дь.* **Г.**

1.2. $2,03 = 2\frac{3}{100}$. *В-дь.* **Б.**

1.3. $5x^3y^2 \cdot 0,4xy^3 = 2x^4y^5$. *В-дь.* **Б.**

1.4. $(m^3)^8 : (m^8 : m^2) = m^{24} : m^6 = m^{24-6} = m^{18}$. *В-дь.* **А.**

1.5. Якщо $a > 0$, то $a^3 > 0$. Якщо $b < 0$, то $b^4 > 0$. Отже, $a^3b^4 > 0$. *В-дь.* **Б.**

1.6. $2x - 5 = 2 - 1,5x$; $3,5x = 7$; $x = 2$. *В-дь.* **В.**

1.7. $\begin{cases} x-2 \le -5, \\ x < 2x+6; \end{cases} \begin{cases} x \le -5+2, \\ x-2x < 6; \end{cases} \begin{cases} x \le -3, \\ -x < 6; \end{cases} \begin{cases} x \le -3, \\ x > -6; \end{cases} \quad x \in (-6; -3]$. *В-дь.* **В.**

1.8. Серед чисел від 1 до 12 є 4 числа (1; 5; 7; 11), які не діляться ні на 2, ні на 3, тому $m = 4$, $n = 12$ і шукана ймовірність $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. *В-дь.* **В.**

1.9. $\angle ABC = 2\angle ABD = 2 \cdot 75° = 150°$. $\angle BCD = 180° - \angle ABC = 180° - 150° = 30°$. *В-дь.* **Б.**

1.10. Півпериметр $p = \frac{7+24+25}{2} = 28$ (дм). За формулою Герона

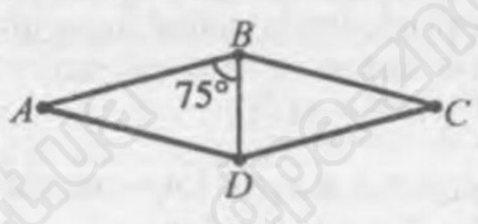
$S = \sqrt{28(28-7)(28-24)(28-25)} = \sqrt{28 \cdot 21 \cdot 4 \cdot 3} = 84$ (дм^2). *В-дь.* **В.**

1.11. З ΔAOB $AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2} = \sqrt{25-16} = 3$ (см).

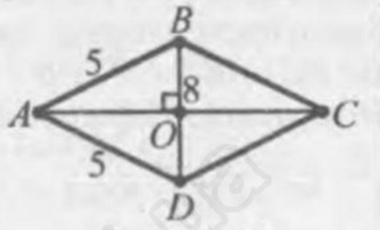
$AC = 2AO = 2 \cdot 3 = 6$ (см). *В-дь.* **В.**

1.12. $d = AB = \sqrt{(-2-2)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{16 + y^2 - 4y + 4} = \sqrt{y^2 - 4y + 20}$;

$\sqrt{y^2 - 4y + 20} = 5$; $y^2 - 4y + 20 = 25$; $y^2 - 4y - 5 = 0$; $y_1 = -1$, $y_2 = 5$. *В-дь.* **А.**



До № 1.9



До № 1.11

Частина 2

2.1 (–20; 20).

2.2 144.

2.3 38; 43.

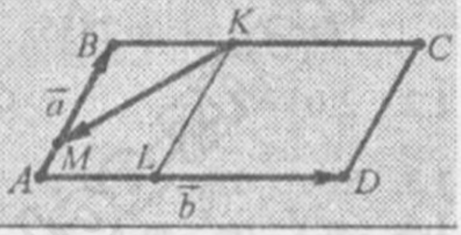
2.4 $-\frac{3}{4}\vec{a} - \frac{2}{5}\vec{b}$.

2.1. $5x^2 + bx + 20 = 0$. Дане рівняння не має коренів, якщо його дискримінант від'ємний: $D < 0$; $b^2 - 4 \cdot 5 \cdot 20 < 0$; $b^2 - 400 < 0$; $|b| < 20$; $b \in (-20; 20)$.

2.2. $\frac{30^6}{10^2 \cdot 15^4} = \frac{3^6 \cdot 2^6 \cdot 5^6}{2^2 \cdot 5^2 \cdot 3^4 \cdot 5^4} = 2^4 \cdot 3^2 = 144$.

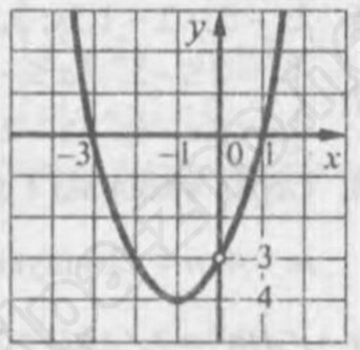
2.3. Середнє значення $t_c = \frac{35+32+48+50+56+43+2}{7} = 38$.

Розмістимо значення вибірки в порядку їх зростання: 2; 32; 35; <u>43</u>; 48; 50; 56. Медіана дорівнює 43.



2.4. $\overrightarrow{KM} = \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{BM} = -\frac{2}{2+3}\vec{b} - \frac{3}{1+3}\vec{a} = -\frac{3}{4}\vec{a} - \frac{2}{5}\vec{b}$.

Частина 3



3.1. $y = \frac{x^4 + 2x^3 - 3x^2}{x^2}$. Областю визначення даної функції є всі дійсні числа, крім числа 0. Тоді на області визначення: $y = \frac{x^4 + 2x^3 - 3x^2}{x^2} = \frac{x^2(x^2 + 2x - 3)}{x^2} = x^2 + 2x - 3$.

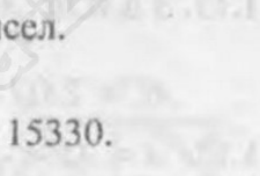
Графіком цієї функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору ($a = 1 > 0$).

Координати вершини: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2} = -1$, $y = y(-1) = -4$. Парабола перетинає вісь x у точках з абсцисами -3 і 1. Графіком заданої функції є парабола $y = x^2 + 2x - 3$ без точки $(0; -3)$.

3.2. Вказані числа утворюють арифметичну прогресію, перший член якої $a_1 = 102$, різниця $d = 3$, $a_n = 102 + 3(n - 1) = 3n + 99$. Знайдемо кількість членів прогресії:

$3n + 99 < 320$; $3n < 221$; $n < 73\frac{2}{3}$. Отже, потрібно знайти суму 73 чисел.

Маємо: $S_{73} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2 \cdot 102 + 3 \cdot 72}{2} \cdot 73 = 15330$. *Відповідь:* 15330.



3.3. Нехай ABC — заданий прямокутний трикутник ($\angle A = 90°$), у якому AP — бісектриса, $BP = 4$ см, $PC = 3$ см. Бісектриса кута трикутника ділить протилежну сторону на відрізки, пропорційні двом іншим сторонам: $AC : AB = CP : PB = 3 : 4$. Нехай $AC = 3x$ см, тоді $AB = 4x$ см. За теоремою Піфагора $BC^2 = AB^2 + AC^2$;

$(4 + 3)^2 = 16x^2 + 9x^2$; $25x^2 = 49$; $x^2 = \frac{49}{25}$; $x_1 = 1{,}4$, $x_2 = -1{,}4$ — не підходить. Тому $AC = 3 \cdot 1{,}4 = 4{,}2$ (см), $AB = 4 \cdot 1{,}4 = 5{,}6$ (см).

$S = \frac{1}{2}AB \cdot AC$; $S = pr$, де $p = \frac{7 + 4{,}2 + 5{,}6}{2} = 8{,}4$ (см), r — радіус вписаного кола, звідки $r = \frac{AB \cdot AC}{2p} = \frac{5{,}6 \cdot 4{,}2}{2 \cdot 8{,}4} = 1{,}4$ (см). *Відповідь:* 1,4 см.

ВАРІАНТ № 6

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1		Х		
1.2		Х		
1.3			Х	
1.4	Х			

	А	Б	В	Г
1.5		Х		
1.6				Х
1.7			Х	
1.8				Х

	А	Б	В	Г
1.9		Х		
1.10	Х			
1.11	Х			
1.12		Х		

1.1. $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$; $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$; $\frac{3}{6}>\frac{2}{6}$, тому $\frac{1}{2}>\frac{1}{3}$. *В-дь.* **Б.**

1.2. $0\cdot x=0\neq 3$. *В-дь.* **Б.**

1.3. $3y-5x=5$. Через точку $(2; 5)$, бо $3\cdot 5-5\cdot 2=5$; $5=5$. *В-дь.* **В.**

1.4. $(5a+5)-(2+a)=5a+5-2-a=4a+3$. *В-дь.* **А.**

1.5. $\frac{5^2}{a^2}:\frac{5^3}{a^8}=\frac{5^2}{a^2}\cdot\frac{a^8}{5^3}=\frac{a^{8-2}}{5}=\frac{a^6}{5}$. *В-дь.* **Б.**

1.6. $2x^2=18$; $x^2=9$; $x=\pm 3$. *В-дь.* **Г.**

1.7. Якщо $8<x<13$, то $8-3<x-3<13-3$; $5<x-3<10$. *В-дь.* **В.**

1.8. $n=(10\cdot 9):2=45$. *В-дь.* **Г.**

1.9. $360^\circ:3=120^\circ$ — міра дуги; $120^\circ:2=60^\circ$ — міра вписаного кута. *В-дь.* **Б.**

1.10. $2\pi r=6\pi$, звідки $r=3$ см. $S=\pi r^2=\pi\cdot 3^2=9\pi$ (см^2). *В-дь.* **А.**

1.11. $R=\frac{AB}{2\sin\angle C}=\frac{3\sqrt{3}}{2\sin 60^\circ}=\frac{3\sqrt{3}}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}=3$ (см). *В-дь.* **А.**

1.12. Координати точки M: $x=\frac{-6+2}{2}=-2$; $y=\frac{7+(-3)}{2}=2$; $M(-2; 2)$. *В-дь.* **Б.**

Частина 2

2.1 $-3\sqrt{3}$.

2.2 -9.

2.3 5 блакитних кульок.

2.4 12 см^2.

Чернетка до частини 2

2.1. $\frac{1}{5-3\sqrt{3}}-\frac{1}{5+3\sqrt{3}}=\frac{5+3\sqrt{3}-5+3\sqrt{3}}{25-9\cdot 3}=\frac{6\sqrt{3}}{-2}=-3\sqrt{3}$.

2.2. Оскільки $a_n=a_1+(n-1)d$, то $\begin{cases}a_5=a_1+4d,\\ a_{11}=a_1+10d;\end{cases}$ $\begin{cases}a_1+4d=-0{,}8,\\ a_1+10d=-2;\end{cases}$ $6d=-1{,}2$; $d=-0{,}2$;

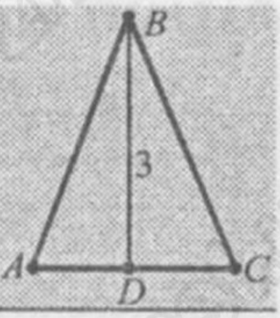
$a_1=-0{,}8-4\cdot(-0{,}2)=0$; $S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$; $S_{10}=\frac{2\cdot 0+(-0{,}2)(10-1)}{2}\cdot 10=-9$.

2.3. Нехай в коробці x блакитних кульок і 15 жовтих. Тоді ймовірність того, що навмання вибрана кулька є блакитною — $\frac{x}{x+15}$. Звідси: $\frac{x}{x+15}=\frac{1}{4}$; $4x=x+15$; $3x=15$; $x=5$.

2.4. Позначимо $AD = DC = x$.

$2x + 2\sqrt{x^2+3^2} = 18$; $\sqrt{x^2+9} = 9 - x$; $x^2 + 9 = (9-x)^2$;

$18x = 72$; $x = 4$ (см). $S = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$ (см^2).



Частина 3

3.1. Нехай x — кількість замовлених сіток, тоді у кожну з них мала накласти $\frac{60}{x}$ кг картоплі. Через непригодність використали $(x-2)$ сітки, тому в кожну з них наклали $\frac{60}{x-2}$ кг картоплі. Рівняння: $\frac{60}{x-2} - \frac{60}{x} = 1$; $\frac{60x - 60(x-2) - x(x-2)}{x(x-2)} = 0$;

$\frac{x^2 - 2x - 120}{x(x-2)} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 2x - 120 = 0, \\ x \neq 0, x \neq 2, \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -10, x_2 = 12, \\ x \neq 0, x \neq 2. \end{cases}$ $x = -10$ не задовольняє умову задачі. Отже, розфасовувати картоплю мали в 12 сіток.

Відповідь: 12 сіток.

3.2. $y = \frac{14}{\sqrt{x^2+3x-10}} + \frac{17}{4x-30}$. Область визначення даної функції знайдемо із системи $\begin{cases} x^2 + 3x - 10 > 0; \\ 4x - 30 \neq 0, \end{cases}$ $\begin{cases} (x+5)(x-2) > 0; \\ x \neq 7{,}5, \end{cases}$ $\begin{cases} x \in (-\infty; -5) \cup (2; +\infty); \\ x \neq 7{,}5. \end{cases}$

Отже, $x \in (-\infty; -5) \cup (2; 7{,}5) \cup (7{,}5; +\infty)$. *Відповідь*: $x \in (-\infty; -5) \cup (2; 7{,}5) \cup (7{,}5; +\infty)$.

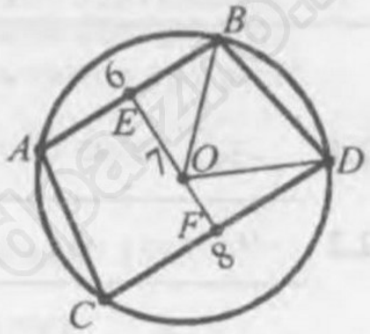
3.3. Нехай задане коло O, у якому проведено хорди AB і CD, $AB = 6$ см, $CD = 8$ см. Через точку O проведемо $FE \perp AB$. $AE = BE = 3$ (см); $FE \perp CD$; $CF = FD = 4$ (см), $EF = 7$ см. Трикутники BEO і DFO прямокутні, до того ж $OB = OD = r$. Нехай $OF = x$ см, тоді $OE = EF - x = (7 - x)$ см.

З прямокутного трикутника BEO за теоремою Піфагора $OB^2 = OE^2 + BE^2$; $r^2 = (7-x)^2 + 3^2$. Аналогічно $OD^2 = OF^2 + FD^2$; $r^2 = x^2 + 4^2$. $(7-x)^2 + 3^2 = x^2 + 4^2$;

$49 - 14x + x^2 + 9 = x^2 + 16$; $14x = 42$; $x = 3$.

Тоді $r = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = 5$ (см).

Відповідь: 5 см.



ВАРІАНТ № 7

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2			X	
1.3	X			
1.4				X

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6	X			
1.7		X		
1.8	X			

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10		X		
1.11		X		
1.12			X	

1.1. $48{,}5 : 10 + 48 \cdot \frac{5}{8} = 4{,}85 + 6 \cdot 5 = 4{,}85 + 30 = 34{,}85.$ *В-дь.* **Б.**

1.2. 3 хв 24 с $= 3 \cdot 60 + 24 = 180 + 24 = 204$ (с). *В-дь.* **В.**

1.3. $(3{,}7 - 5{,}3) \cdot (-0{,}5) = -1{,}6 \cdot (-0{,}5) = 0{,}8.$ *В-дь.* **А.**

1.4. $-0{,}4a^4b \cdot 100a^2b^4 = -40a^6b^5.$ *В-дь.* **Г.**

1.5. $\frac{a^2+36}{a^2-36} - \frac{a}{a+6} = \frac{a^2+36}{(a-6)(a+6)} - \frac{a}{a+6} = \frac{a^2+36-a(a-6)}{(a-6)(a+6)} =$

$= \frac{a^2+36-a^2+6a}{(a-6)(a+6)} = \frac{6a+36}{(a-6)(a+6)} = \frac{6(a+6)}{(a-6)(a+6)} = \frac{6}{a-6}.$ *В-дь.* **А.**

1.6. $3x^2 - 7x + 4 = 0$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 1 > 0$. Рівняння має два корені. *В-дь.* **А.**

1.7. $\frac{2x-6}{5} = 0$; $2x - 6 = 0$; $2x = 6$; $x = 3$. *В-дь.* **Б.**

1.8. Із заданих 6 чисел кратними 3 є два числа: 3 і 6, $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. *В-дь.* **А.**

1.9. $\angle C = 180° - (37° + 53°) = 180° - 90° = 90°$, тому ΔABC — прямокутний. *В-дь.* **Б.**

1.10. $360° : 4 = 90°$ — міра дуги, $90° : 2 = 45°$ — міра вписаного кута. *В-дь.* **Б.**

1.11. Сума основ рівнобічної трапеції дорівнює $96 - 2 \cdot 12 = 72$ (см). Середня лінія трапеції дорівнює: $72 : 2 = 36$ (см). *В-дь.* **Б.**

1.12. $|\overline{MN}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10.$ *В-дь.* **В.**

Частина 2

2.1 8.

2.2 –0,005.

2.3 4.

2.4 120 см^2.

Чернетка до частини 2

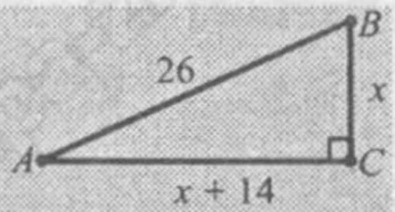
2.1. $\left(3-\sqrt{3}\right)\left(5+\sqrt{3}\right)-\left(\sqrt{3}-1\right)^2 = 15-5\sqrt{3}+3\sqrt{3}-3-3+2\sqrt{3}-1 = 8.$

2.2. Нехай сума перших 100 членів арифметичної прогресії дорівнює S_{100}, тоді сума наступних 100 членів — $S_{200} - S_{100}$. Отже, $S_{100} = (S_{200} - S_{100}) + 50$; $2S_{100} - S_{200} = 50$;

$2 \cdot \frac{2a_1 + d(100-1)}{2} \cdot 100 - \frac{2a_1 + d(200-1)}{2} \cdot 200 = 50$; $100(2a_1 + 99d) - 100(2a_1 + 199d) =$
$= 50$; $2a_1 + 99d - 2a_1 - 199d = 0{,}5$; $-100d = 0{,}5$; $d = -0{,}005$.

2.3. З теореми Вієта $x_1 \cdot x_2 = -12$; $-3x_2 = -12$; $x_2 = 4$.

2.4. $x^2 + (x + 14)^2 = 26^2$; $2x^2 + 28x - 480 = 0$;
$x^2 + 14x - 240 = 0$; $x_1 = -24$, $x_2 = 10$;
$x_1 = -24$ — не задовольняє умову задачі.
$AC = 10 + 14 = 24$ (см).
$S = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 10 = 120$ (см^2).



Частина 3

3.1. Нехай 2-відсоткового розчину солі треба взяти x г, солі у якому — $0{,}02x$ г, тоді 5-відсоткового розчину потрібно взяти $(270 - x)$ г, а солі у ньому — $0{,}05(270 - x)$ г. Рівняння: $0{,}02x + 0{,}05(270 - x) = 0{,}03 \cdot 270$; $2x + 1350 - 5x = 810$; $3x = 540$; $x = 180$. Отже, 2-відсоткового розчину потрібно взяти 180 г, а 5-відсоткового — $270 - 180 = 90$ (г).
Відповідь: 180 г, 90 г.

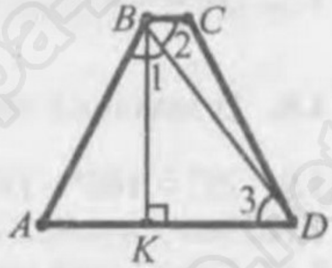
3.2. Нехай (b_n) — дана геометрична прогресія, q — її знаменник. Згідно з умовою:

$$\begin{cases} b_1q + b_1q^2 = 30, \\ b_1q^3 - b_1q = 30; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1q(1+q) = 30, \\ b_1q(q^2 - 1) = 30; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1q(1+q) = 30, \\ q - 1 = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 \cdot 2 \cdot 3 = 30, \\ q = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = 5, \\ q = 2. \end{cases}$$

Відповідь: 5.

3.3. Нехай $ABCD$ ($AD \parallel BC$) — рівнобічна трапеція, $AD = 13$ см, $BC = 3$ см, BK — висота трапеції. BD — бісектриса кута B, а значить, $\angle 1 = \angle 2$. $\angle 2 = \angle 3$, бо $BC \parallel AD$ і BD — січна. Отже, $\angle 1 = \angle 3$ і $AB = AD = 13$ см. $AK = (AD - BC) : 2 = (13 - 3) : 2 = 5$ (см). З прямокутного трикутника AKB ($\angle K = 90°$):

$$BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ (см)}.$$



Знайдемо площу трапеції: $S_{\text{тр.}} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BK = \frac{13+3}{2} \cdot 12 = 96$ (см^2).

Відповідь: 96 см^2.

ВАРІАНТ № 8

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1	X			
1.2				X
1.3		X		
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6			X	
1.7		X		
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10			X	
1.11				X
1.12			X	

1.1. Дріб неправильний, якщо чисельник більший або дорівнює знаменнику. *В-дь.* **А.**

1.2. Прямокутник поділено на 8 однакових частин, з яких 3 затушовано, тому затушовано $\frac{3}{8}$ прямокутника. *В-дь.* **Г.**

1.3. 3,4 км + 700 м = 3,4 км + 0,7 км = 4,1 км. *В-дь.* **Б.**

1.4. $\frac{5x-20}{x^2-16}=\frac{5(x-4)}{(x-4)(x+4)}=\frac{5}{x+4}$. *В-дь.* **В.**

1.5. $-9\cdot\frac{1}{3}<\frac{1}{3}y<6\cdot\frac{1}{3}$; $-3<\frac{1}{3}y<2$; $-3-2<\frac{1}{3}y-2<2-2$; $-5<\frac{1}{3}y-2<0$. *В-дь.* **А.**

1.6. $(x-6)(x+7)=x^2$; $x^2-6x+7x-42=x^2$; $x-42=0$; $x=42$. *В-дь.* **В.**

1.7. $2x-5=3$; $2x=8$; $x=4$. *В-дь.* **Б.**

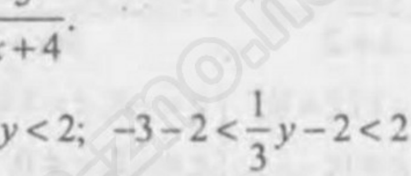
1.8. $b_3=9\cdot(-2)^2=9\cdot 4=36$. *В-дь.* **В.**

1.9. $a=\sqrt{\left(\sqrt{17}\right)^2-1^2}=\sqrt{17-1}=\sqrt{16}=4$ (см). *В-дь.* **Г.**

1.10. Оскільки $24^2+10^2=576+100=676=26^2$, то трикутник прямокутний. *В-дь.* **В.**

1.11. У рівнобедреному трикутнику висота, проведена до основи, є медіаною, тому $AM=$ $=12:2=6$ (см). $BA=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$ (см). $P=10+10+12=32$ (см). *В-дь.* **Г.**

1.12. Ненульові вектори перпендикулярні, якщо їх скалярний добуток дорівнює нулю. $\vec{c}\cdot\vec{d}=1\cdot 3+3\cdot x=0$; $3+3x=0$; $3x=-3$; $x=-1$. *В-дь.* **В.**



До № 1.11

Частина 2

2.1 2000 квіток.

2.2 –30,4.

2.3 0,25.

2.4 36 см^2.

Чернетка до частини 2

2.1. Нехай на клумбі росте x квіток. Тоді тюльпанів росте $0,52x$, а айстр — $x-0,52x=$ $=0,48x$. Звідси: $0,52x-0,48x=80$, $0,04x=80$; $x=2000$ (квіток).

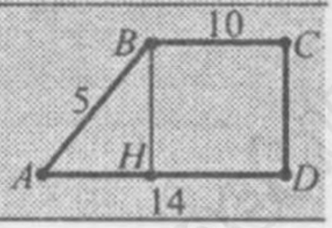
2.2. $a_n=a_1+(n-1)d$; $a_4=a_1+3d$; $-2,4=6+3d$; $3d=-8,4$; $d=-2,8$.

$S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$; $S_8=\frac{2\cdot 6-2,8(8-1)}{2}\cdot 8=-30,4$.

2.3. Усіх випадків — 4 (ГГ, ГР, РГ, РР), сприятливих — 1 (ГГ). Тому $P = \frac{1}{4} = 0,25.$

2.4. $AH = 14 - 10 = 4$ (см). $BH = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (см).

$S = \frac{10+14}{2} \cdot 3 = 36$ (см^2).



Частина 3

3.1. Нехай другий лісоруб валить за 1 год x дерев, тоді 112 дерев він повалить за $\frac{112}{x}$ год. Перший лісоруб валить за 1 год $(x + 2)$ дерева, а 96 дерев повалить за $\frac{96}{x+2}$ год. Рівняння: $\frac{112}{x} - \frac{96}{x+2} = 2;$ $\frac{112(x+2) - 96x - 2x(x+2)}{x(x+2)} = 0;$

$\frac{x^2 - 6x - 112}{x(x+2)} = 0;$ $\begin{cases} x^2 - 6x - 112 = 0, \\ x \neq -2, x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -8, x = 14, \\ x \neq -2, x \neq 0. \end{cases}$

$x = -8$ не задовольняє умову задачі. Отже, другий лісоруб може щогодини повалити 14 дерев, а перший — $14 + 2 = 16$ (дерев).

Відповідь: 16 дерев, 14 дерев.

3.2. Введемо заміну: $xy = a$, $\frac{y}{x} = b$. Тоді $\begin{cases} a - b = 6, \\ 3a + 2b = 28; \end{cases}$ $\begin{cases} a = 6 + b, \\ 3(6 + b) + 2b = 28; \end{cases}$ $\begin{cases} a = 6 + b, \\ 5b = 10; \end{cases}$

$\begin{cases} a = 6 + b, \\ b = 2; \end{cases}$ $\begin{cases} a = 8, \\ b = 2. \end{cases}$ Отже, $\begin{cases} \frac{y}{x} = 2, \\ xy = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2x, \\ x \cdot 2x = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2x, \\ x^2 = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = -4 \end{cases}$ або $\begin{cases} x_1 = 2, \\ y_2 = 4. \end{cases}$

Відповідь: (–2; –4); (2; 4).

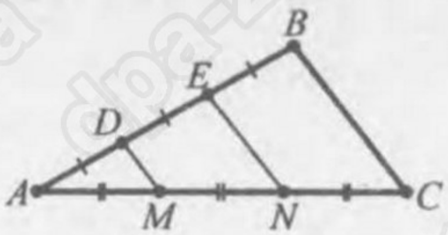
3.3. Трикутники ABC, AEN і ADM подібні за спільним кутом і пропорційними сторонами, які утворюють цей кут. Нехай $AD = x$, тоді $AE = 2x$, $AB = 3x$. За властивістю площ подібних трикутників одержимо:

$S_{\Delta AEN} : S_{\Delta ABC} = AE^2 : AB^2$. $S_{\Delta AEN} : 54 = (2x)^2 : (3x)^2;$

$S_{\Delta AEN} = \frac{54 \cdot 4x^2}{9x^2} = 24$ (см^2).

$S_{BCNE} = S_{\Delta ABC} - S_{\Delta AEN} = 54 - 24 = 30$ (см^2).

Відповідь: 30 см^2.



ВАРІАНТ № 9 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2				X
1.3	X			
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6			X	
1.7		X		
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10	X			
1.11	X			
1.12		X		

1.1. $\frac{4}{21}:\frac{1}{42}=\frac{4}{21}\cdot\frac{42}{1}=\frac{4\cdot 2}{1\cdot 1}=8.$ *В-дь.* **Б.**

1.2. $\frac{18}{6}=\frac{x}{0{,}9}$; $x=\frac{18\cdot 0{,}9}{6}=2{,}7$ (кг). *В-дь.* **Г.**

1.3. Якщо $m=70$, $n=-36$, то $\frac{1}{5}m+\frac{1}{3}n=\frac{1}{5}\cdot 70+\frac{1}{3}\cdot(-36)=14-12=2.$ *В-дь.* **А.**

1.4. $\frac{14a-2ab}{14a}=\frac{2a(7-b)}{14a}=\frac{7-b}{7}.$ *В-дь.* **А.**

1.5. 19 : 4 = 4 (ост. 3). Пасажир їде у п'ятому купе. *В-дь.* **Б.**

1.6. $x^2-49>0$; $(x-7)(x+7)>0$; $x\in(-\infty;-7)\cup(7;+\infty)$. *В-дь.* **В.**

1.7. $1-2(x-1)=x+3$; $1-2x+2=x+3$; $2x+x=1+2-3$; $3x=0$; $x=0$. *В-дь.* **Б.**

1.8. $b_1=a+0{,}1a=1{,}1a$; $b_2=1{,}1a+0{,}1\cdot 1{,}1a=1{,}1^2a$; ...; $b_n=1{,}1^na$. *В-дь.* **Б.**

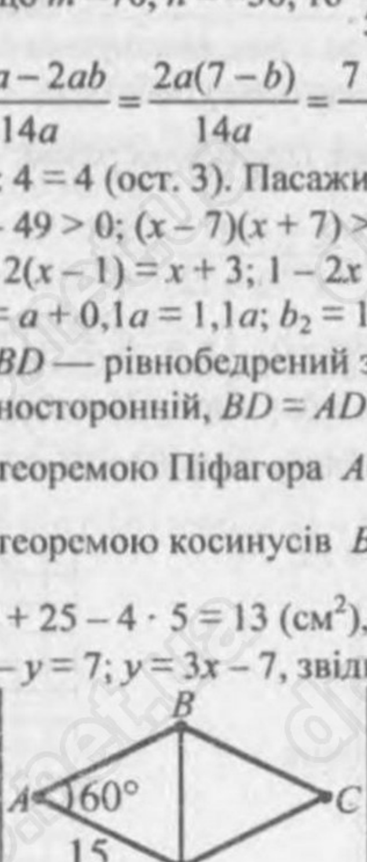
1.9. ΔABD — рівнобедрений з кутом 60° при вершині, тому ΔABD — рівносторонній, $BD=AD=15$ см. *В-дь.* **А.**

1.10. За теоремою Піфагора $AC=\sqrt{32^2+24^2}=40$ (см). *В-дь.* **А.**

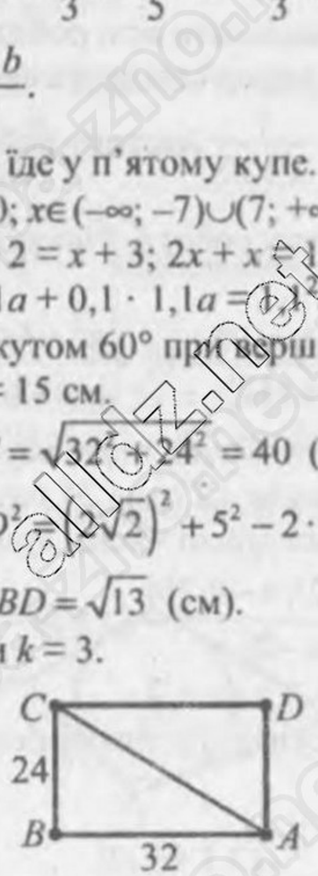
1.11. За теоремою косинусів $BD^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2+5^2-2\cdot 2\sqrt{2}\cdot 5\cdot\cos 45^\circ=$

$=8+25-4\cdot 5=13$ (см²), $BD=\sqrt{13}$ (см). *В-дь.* **А.**

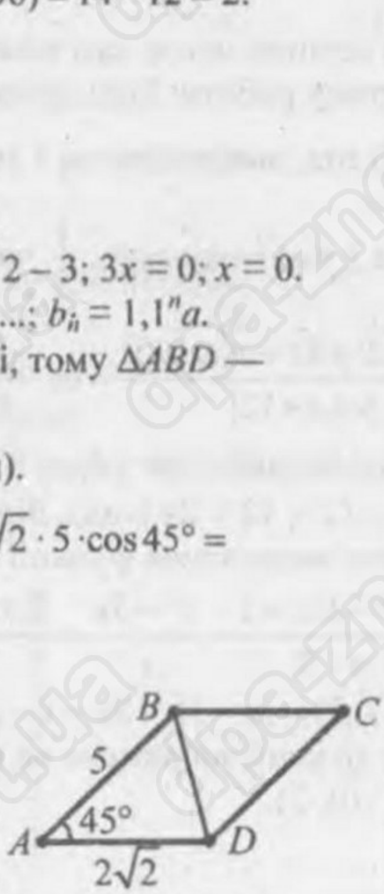
1.12. $3x-y=7$; $y=3x-7$, звідки $k=3$. *В-дь.* **Б.**



До № 1.9



До № 1.10



До № 1.11

Частина 2

2.1 $-31\left(9+4\sqrt{5}\right)$.

2.2 7 чисел.

2.3 $\frac{2a^2}{a+11}$.

2.4 45°.

Чернетка до частини 2

2.1. $\left(7-4\sqrt{5}\right)\left(2+\sqrt{5}\right)^2\left(7+4\sqrt{5}\right)=\left(7^2-16\cdot 5\right)\left(4+4\sqrt{5}+5\right)=-31\left(9+4\sqrt{5}\right)$.

2.2. $-3 \le \dfrac{3-2x}{3} \le 1;\ -9 \le 3-2x \le 3;\ -12 \le -2x \le 0;\ 6 \ge x \ge 0;\ 0 \le x \le 6.$ Множина розв'язків містить такі цілі числа: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 — усього 7 чисел.
2.3. $\left(\dfrac{a+11}{a-11}-\dfrac{a-11}{a+11}\right)\cdot\dfrac{a^2-11a}{22}=\dfrac{(a+11)^2-(a-11)^2}{(a-11)(a+11)}\cdot\dfrac{a(a-11)}{22}=$ $=\dfrac{a^2+22a+121-a^2+22a-121}{(a-11)(a+11)}\cdot\dfrac{a(a-11)}{22}=\dfrac{44a}{(a-11)(a+11)}\cdot\dfrac{a(a-11)}{22}=\dfrac{2a^2}{a+11}.$
2.4. $\cos\alpha=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert}=\dfrac{-2\cdot(-3)+2\cdot 0}{\sqrt{4+4}\cdot\sqrt{9+0}}=\dfrac{6}{2\sqrt{2}\cdot 3}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}.\ \alpha=45°.$

Частина 3

3.1. Нехай перший маляр сам може виконати всю роботу за x год, виконуючи за 1 год $1/x$ частину роботи. Тоді другий маляр сам може виконати всю роботу за $(x+12)$ год, виконуючи за 1 год $\dfrac{1}{x+12}$ частину роботи. Працюючи разом, вони за 1 год виконають $\dfrac{1}{8}$ частину роботи. Рівняння: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+12}=\dfrac{1}{8}$;

$$\frac{8(x+12)+8x-x(x+12)}{8x(x+12)}=0;\quad \frac{x^2-4x-96}{8x(x+12)}=0;\ \begin{cases}x^2-4x-96=0,\\ x\ne-12,\ x\ne0;\end{cases}\ \begin{cases}x_1=-8,\ x_2=12,\\ x\ne-24,\ x\ne0.\end{cases}$$

$x=-8$ не задовольняє умову задачі. Отже, першому маляру потрібно 12 год, другому — $12+12=24$ (год). *Відповідь*: 12 год і 24 год.

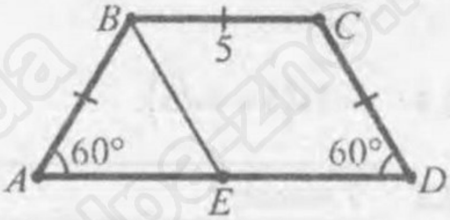
3.2. Областю визначення функції є всі дійсні числа, крім 0 і 2.

$$y=\frac{5x^2-11x+2}{x-2}-\frac{x^2-3x}{x}=\frac{5(x-2)(x-0{,}2)}{x-2}-(x-3)=$$
$=5(x-0{,}2)-(x-3)=5x-1-x+3=4x+2.$

Графік функції зображено на рисунку. Це пряма без точок (2; 10) і (0; 2).

3.3. Нехай $ABCD$ ($AD\|BC$) — задана трапеція, $\angle BAE=\angle CDA=60°$, $AB=BC=CD=5$ см. Проведемо $BE\|CD$. $BCDE$ — паралелограм. $ED=BC=5$ см, $BE=CD=5$ см. У трикутнику ABE $AB=BE$, тому $\angle E=\angle A=60°$ і триктуник рівносторонній. Значить, $AE=AB=5$ см. Тому $AD=AE+ED=5+5=10$ (см).

Відповідь: 10 см.



ВАРІАНТ № 10 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2		X		
1.3			X	
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6			X	
1.7				X
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10			X	
1.11			X	
1.12				X

1.1. $\frac{2}{5}$ год $= \frac{2}{5} \cdot 60$ хв $= 24$ хв. Отже, $\frac{2}{5}$ год $= 24$ хв. *В-дь.* **Г.**

1.2. $-45 < -37$. *В-дь.* **Б.**

1.3. $4{,}\underline{3}8 \approx 4{,}4$. *В-дь.* **В.**

1.4. $(3a^5b^2)^2 = 9a^{10}b^4$. *В-дь.* **Б.**

1.5. $\frac{a-16}{\sqrt{a}-4} = \frac{(\sqrt{a}-4)(\sqrt{a}+4)}{\sqrt{a}-4} = \sqrt{a}+4$. *В-дь.* **Б.**

1.6. $2x^2 + 18x - 5 = 0$; $x^2 + 9x - 2{,}5 = 0$; $D = 9^2 + 10 > 0$.
За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = -9$. *В-дь.* **В.**

1.7. Зросте на $500 \cdot 0{,}15 = 75$ (грн). *В-дь.* **Г.**

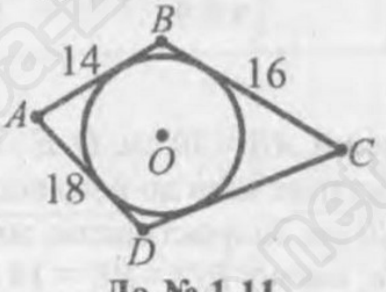
1.8. $a_6 = a_1 + d(6-1) = 3{,}4 + 0{,}2 \cdot 5 = 4{,}4$. *В-дь.* **В.**

1.9. $\angle C = 180° - (30° + 45°) = 105°$ — найбільший, тому найбільшою стороною є AB. *В-дь.* **Г.**

1.10. Нехай одна сторона паралелограма $3x$ см, тоді інша — $4x$ см.
$P = 2(3x + 4x)$; $70 = 14x$; $x = 5$. Тоді $3x = 3 \cdot 5 = 15$ (см). *В-дь.* **В.**

1.11. $AB + CD = AD + BC$, тому $CD = AD + BC - AB = 18 + 16 - 14 = 20$ (см). *В-дь.* **В.**

1.12. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\widehat{\vec{a};\vec{b}}) = 5 \cdot 4 \cdot \cos 60° = 20 \cdot 0{,}5 = 10$. *В-дь.* **Г.**



До № 1.11

Частина 2

2.1 270 км.

2.2 17.

2.3 (1,4; –0,4); (1; –2).

2.4 18 см.

Чернетка до частини 2

2.1. За третій день велосипедисти проїхали 90 км, що становить $1 - \frac{4}{15} - \frac{2^{\backslash 3}}{5} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ маршруту. Оскільки $\frac{1}{3}$ маршруту — це 90 км, то весь маршрут: $90 \cdot 3 = 270$ (км).

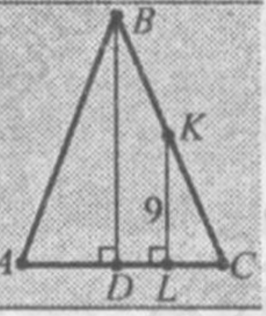
2.2. $a_1 = 10,5$; $a_2 = 9,8$; $d = a_2 - a_1 = 9,8 - 10,5 = -0,7$. $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_n < 0$; $10,5 - 0,7(n-1) < 0$; $10,5 - 0,7n + 0,7 < 0$; $0,7n > 11,2$; $n > 16$. Отже, номер першого від'ємного члена дорівнює 17.

2.3. $\begin{cases} 4x - y - 6 = 0, \\ 4x^2 + y^2 = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 4x - 6, \\ 4x^2 + (4x-6)^2 = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 4x - 6, \\ 4x^2 + 16x^2 - 48x + 36 - 8 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 4x - 6, \\ 20x^2 - 48x + 28 = 0; \end{cases}$

$\begin{cases} y = 4x - 6, \\ 5x^2 - 12x + 7 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 4x - 6, \\ x_1 = 1,4;\ x_2 = 1, \end{cases}$ звідки $\begin{cases} x_1 = 1,4, \\ y_1 = -0,4; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = -2; \end{cases}$ $(1,4; -0,4)$; $(1; -2)$.

2.4. Трикутники BDC і KLC — подібні. $\dfrac{BD}{KL} = \dfrac{BC}{KC} = \dfrac{2}{1}$;

$\dfrac{BD}{9} = 2$; $BD = 2 \cdot 9 = 18$ (см).



Частина 3

3.1. $(x+4)(x^2 - 4x + 16) - (x^2 - 6)(x - 1) = x^3 + 64 - x^3 + x^2 + 6x - 6 = x^2 + 6x + 58 =$ $= x^2 + 6x + 9 + 49 = (x+3)^2 + 49$. Даний вираз набуває найменшого значення, коли $x + 3 = 0$, тобто коли $x = -3$. Це значення дорівнює 49.

Відповідь: найменше значення виразу дорівнює 49 при $x = -3$.

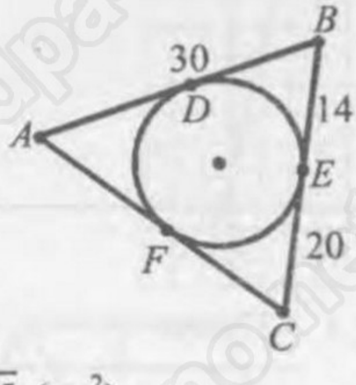
3.2. $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{18 + 3x - x^2}} + \sqrt{x-4}$. Область визначення функції знайдемо із системи:

$\begin{cases} 18 + 3x - x^2 > 0, \\ x - 4 \geq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 3x - 18 < 0, \\ x \geq 4; \end{cases}$ $\begin{cases} (x+3)(x-6) < 0, \\ x \geq 4; \end{cases}$ $\begin{cases} x \in (-3; 6), \\ x \in [4; +\infty). \end{cases}$ Отже, $x \in [4; 6)$.

Відповідь: $[4; 6)$.

3.3. Нехай трикутник ABC — заданий, $AB = 30$ см, D, E і F — точки дотику вписаного в трикутник кола до його відповідних сторін, $BE = 14$ см, $CE = 20$ см. За властивістю дотичних, проведених з однієї точки, маємо: $BD = BE = 14$ см, звідки $AD = AB - BD = 30 - 14 = 16$ (см), $AF = AD = 16$ см, $CF = CE = 20$ см і $AC = AF + FC = 16 + 20 = 36$ (см). Знайдемо півпериметр трикутника ABC:

$p = (30 + 34 + 36) : 2 = 50$ (см). Тоді:



$S_{\Delta ABC} = \sqrt{50(50-30)(50-34)(50-36)} = \sqrt{50 \cdot 20 \cdot 16 \cdot 14} = 80\sqrt{35}$ (см^2).

Відповідь: $80\sqrt{35}$ см^2.

ВАРІАНТ № 11

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2			X	
1.3		X		
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6		X		
1.7			X	
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10	X			
1.11				X
1.12		X		

1.1. $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$; $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$. Спільні дільники: 1; 2; 3; 6. *В-дь.* **Г.**

1.2. Рівняння $0 \cdot x = -\sqrt{3}$ не має жодного кореня. *В-дь.* **В.**

1.3. $\sqrt{\left(2 \cdot 3^2\right)^2} = |2 \cdot 3^2| = 18.$ *В-дь.* **Б.**

1.4. $\dfrac{7x+5}{1-3x} + \dfrac{4x+6}{3x-1} = \dfrac{7x+5}{1-3x} - \dfrac{4x+6}{1-3x} = \dfrac{7x+5-4x-6}{1-3x} = \dfrac{3x-1}{1-3x} = \dfrac{-(1-3x)}{1-3x} = -1.$ *В-дь.* **А.**

1.5. Для функції $y = \sqrt{3-x}$ область визначення $3 - x \geq 0$; $x \leq 3$; $x \in (-\infty; 3]$. *В-дь.* **В.**

1.6. $x = 0$; $y(0) = 5 \cdot 0 - 20 = -20$, тому точка перетину $(0; -20)$. *В-дь.* **Б.**

1.7. Число -2 задовольняє нерівність $-3x + 1 > 0$; бо $-3 \cdot (-2) + 1 = 7$; $7 > 0$. *В-дь.* **В.**

1.8. Із 42 чисел кратними 7 є 6 чисел (7, 14, 21, 28, 35, 42), тоді не кратними — $42 - 6 = 36$. Шукана ймовірність $P(A) = \dfrac{36}{42} = \dfrac{6}{7}$. *В-дь.* **Б.**

1.9. Нехай менший з кутів дорівнює x, тоді суміжний з ним — $3x$. $x + 3x = 180°$; $4x = 180°$; $x = 45°$. *В-дь.* **Б.**

1.10. Нехай x — гострий кут, тоді $x + 40°$ — тупий. $x + x + 40° = 180°$; $x = 70°$. *В-дь.* **А.**

1.11. За теоремою косинусів $a^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 60° = 13$ (см^2). Тоді $a = \sqrt{13}$ (см). *В-дь.* **Г.**

1.12. $\overline{AB} = \sqrt{\left(-3-(-3)\right)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{0+9} = 3.$ *В-дь.* **Б.**

Частина 2

2.1 20; 50.

2.2 $[-2; +\infty)$.

2.3 $a + 4$.

2.4 540 см^2.

Чернетка до частини 2

2.1. Використаємо формулу n-го члена геометричної прогресії (b_n): $b_n = b_1 q^{n-1}$. Маємо:

$$b_4 = b_1 q^3;\ 125 = 8q^3;\ q^3 = \frac{125}{8};\ q = \frac{5}{2}.\ b_2 = 8 \cdot \frac{5}{2} = 20;\ b_3 = 20 \cdot \frac{5}{2} = 50.$$

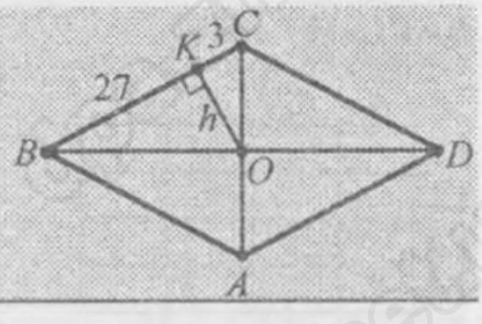
2.2. $\begin{cases} (x-1)(x+3)-(x+4)(x-4) > 3, \\ \dfrac{2x-5}{3} \geq -3; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - x + 3x - 3 - x^2 + 16 > 3, \\ 2x - 5 \geq -9; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x > -10, \\ 2x \geq -4; \end{cases}$ $\begin{cases} x > -5, \\ x \geq -2; \end{cases}$

$x \in [-2; +\infty)$.

2.3. $\sqrt{16 + 8a + a^2} = \sqrt{(a+4)^2} = |a + 4| = a + 4$, якщо $a \geq -4$.

2.4. $OK^2 = 3 \cdot 27 = 81$; $OK = 9$ (см).

$S = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot OK = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (27+3) \cdot 9 = 540$ (см^2).



Частина 3

3.1. Нехай швидкість течії річки x км/год. Тоді швидкість теплохода за течією становить $(32+x)$ км/год, а проти течії — $(32-x)$ км/год. $\frac{17}{32+x}$ год — час руху теплохода за течією, $\frac{75}{32-x}$ год — час руху теплохода проти течії. Рівняння: $\frac{75}{32-x} - \frac{17}{32+x} = 2$;

$\frac{75(32+x) - 17(32-x) - 2(32^2 - x^2)}{(32-x)(32+x)} = 0$; $\frac{2400 + 75x - 544 + 17x - 2048 + 2x^2}{(32-x)(32+x)} = 0$;

$\begin{cases} x^2 + 46x - 96 = 0, \\ x \neq 32, x \neq -32; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 2, x_2 = -48, \\ x \neq 32, x \neq -32. \end{cases}$ $x = -48$ — не задовольняє умову задачі.

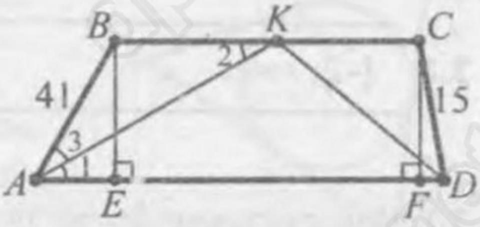
Отже, швидкість течії річки дорівнює 2 км/год, а плоту потрібно $17 : 2 = 8{,}5$ (год), щоб проплисти 17 км.

Відповідь: 8,5 год.

3.2. Числа b_1, b_2, b_3 будуть послідовними членами геометричної прогресії, якщо $\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2}$. Тоді $\frac{2x+4}{3x-2} = \frac{4x+32}{2x+4}$; $(2x+4)^2 = (3x-2)(4x+32)$; $4x^2 + 16x + 16 =$
$= 12x^2 + 96x - 8x - 64$; $x^2 + 9x - 10 = 0$; $x_1 = -10$, $x_2 = 1$. Якщо $x = -10$, то: $b_1 = 3 \cdot (-10) - 2 = -32$; $b_2 = 2 \cdot (-10) + 4 = -16$; $b_3 = 4 \cdot (-10) + 32 = -8$. Якщо $x = 1$, то: $b_1 = 3 \cdot 1 - 2 = 1$; $b_2 = 2 \cdot 1 + 4 = 6$; $b_3 = 4 \cdot 1 + 32 = 36$.

Відповідь: $x = -10$; $b_1 = -32$; $b_2 = -16$; $b_3 = -8$;
$x = 1$; $b_1 = 1$; $b_2 = 6$; $b_3 = 36$.

3.3. Нехай $ABCD$ ($AD \| BC$) — трапеція, $AB = 41$ см, $CD = 15$ см, BE і CF — висоти трапеції, $BE = CF = 9$ см, AK і DK — бісектриси кутів A і D відповідно. K — точка основи BC, $\angle 1 = \angle 3$, бо AK — бісектриса кута A, $\angle 1 = \angle 2$ як внутрішні різносторонні кути при перетині паралельних прямих AD і BC січною AK. Отже, $\angle 3 = \angle 2$ і трикутник ABK — рівнобедрений, $BK = AB = 41$ см.



Аналогічно $KC = CD = 15$ см. З трикутника ABE ($\angle E = 90°$) маємо:
$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{41^2 - 9^2} = 40$ (см). Аналогічно $DF = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ (см).
Знайдемо AD: $AD = AE + EF + FD = 40 + BC + 12 = 40 + (41 + 15) + 12 = 108$ (см).

Площа трапеції дорівнює: $S_{тр.} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BE = \frac{108 + 56}{2} \cdot 9 = 738$ (см^2).

Відповідь: 738 см^2.

ВАРІАНТ № 12 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2				X
1.3		X		
1.4				X

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6	X			
1.7	X			
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10			X	
1.11			X	
1.12		X		

1.1. $28{,}75 \approx 30$. *В-дь.* **В.**

1.2. $\frac{7}{20}$ м $+ 20$ см $= \frac{7}{20} \cdot 100$ см $+ 20$ см $= 35$ см $+ 20$ см $= 55$ см. *В-дь.* **Г.**

1.3. $(3x^4y^2)^2 = 9x^8y^4$. *В-дь.* **Б.**

1.4. $\frac{n^2+3m^2}{mn} - \frac{3m-4n}{n} = \frac{n^2+3m^2-3m^2+4mn}{mn} = \frac{n^2+4mn}{mn} = \frac{n(n+4m)}{mn} = \frac{n+4m}{m}$. *В-дь.* **Г.**

1.5. $\frac{24a^2b}{3a^3b^{-1}} = 8a^{2-3}b^{1-(-1)} = 8a^{-1}b^2$. *В-дь.* **А.**

1.6. $x + 5 \geq 0$; $x \geq -5$; $x \in [-5; +\infty)$. *В-дь.* **А.**

1.7. Нерівність $x^2 + 10 < 0$ є хибною при всіх значеннях x. *В-дь.* **А.**

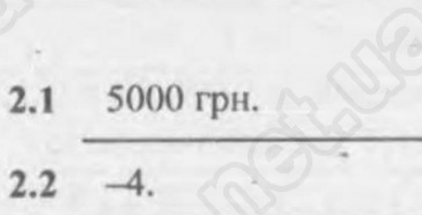
1.8. Послідовність 7; 14; 28; 56, бо $14 : 7 = 28 : 14 = 56 : 28$. *В-дь.* **Г.**

1.9. За теоремою синусів $\frac{BC}{\sin\angle A} = \frac{AB}{\sin\angle C}$; $BC = \frac{AB \cdot \sin\angle A}{\sin\angle C} = \frac{5 \cdot 0{,}3}{0{,}6} = 2{,}5$ (см). *В-дь.* **Б.**

1.10. $BD = AB \cdot \sin 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ (см). $r = \frac{1}{3}BD = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ (см). *В-дь.* **В.**

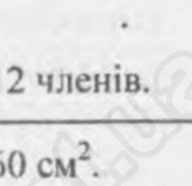
1.11. $r = \sqrt{\left(\frac{16}{2}\right)^2 + 6^2} = \sqrt{64+36} = 10$ (см). *В-дь.* **В.**

1.12. $A'(2; -5)$. *В-дь.* **Б.**

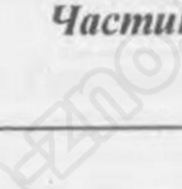


До № 1.9

До № 1.10



До № 1.11



До № 1.12

Частина 2

2.1 5000 грн.

2.2 –4.

2.3 12 членів.

2.4 60 см^2.

Чернетка до частини 2

2.1. Нехай початкова ціна шафи x грн. Після першого зниження ціна стала $0{,}8x$ грн. Після другого зниження — $0{,}8x \cdot 0{,}8 = 0{,}64x$. Отже $0{,}64x = 3200$; $x = 5000$ (грн).

2.2. $2 < \frac{7-2x}{3} \le 5$; $6 < 7 - 2x \le 15$; $-1 < -2x \le 8$; $-4 \le x < 0,5$. Найменший цілий розв'язок — $x = -4$.

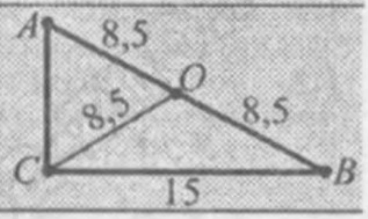
2.3. $a_1 = 40$; $a_2 = 37$; $d = a_2 - a_1 = 37 - 40 = -3$. $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_n > 5,2$;

$40 - 3(n-1) > 5,2$; $-3n + 37,8 > 0$; $3n < 37,8$; $n < \frac{37,8}{3}$; $n < 12,6$; $n = 12$.

Усього 12 членів.

2.4. $AB = 2CO = 2 \cdot 8,5 = 17$ (см). $AC = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$ (см).

$S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 60$ (см^2).



Частина 3

3.1. Координати точок перетину знайдемо із системи: $\begin{cases} y = x + 6, \\ y = 2x^2 - 3x + 6. \end{cases}$ Звідси:

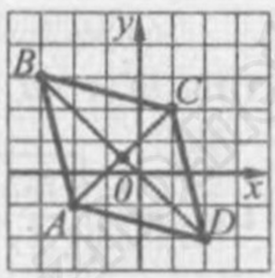
$x + 6 = 2x^2 - 3x + 6$; $2x^2 - 4x = 0$; $2x(x-2) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = 2$. $y_1 = 6$, $y_2 = 8$.

Відповідь: (0; 6); (2; 8).

3.2. $5a^2 + 12a - 4ab + 4b^2 + 9 = (4a^2 + 12a + 9) + (4b^2 - 4ab + a^2) = (2a+3)^2 + (2b-a)^2 \ge 0$ при всіх значеннях a і b.

3.3. Нехай точки E та F — середини діагоналей AC та BD відповідно. Тоді $x_E = \frac{-2+1}{2} = -0,5$; $y_E = \frac{-1+2}{2} = 0,5$; $E(-0,5; 0,5)$;

$x_F = \frac{-3+2}{2} = -0,5$; $y_F = \frac{3-2}{2} = 0,5$, $F(-0,5; 0,5)$. Отже, середини діагоналей збігаються, тоді $ABCD$ — паралелограм.



$AB = \sqrt{(-3+2)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{17}$, $CB = \sqrt{(-3-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{17}$, тобто $ABCD$ — паралелограм з рівними сусідніми сторонами. Отже, $ABCD$ — ромб.

ВАРІАНТ № 13 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1	X			
1.2	X			
1.3		X		
1.4				X

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6		X		
1.7		X		
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10	X			
1.11			X	
1.12	X			

1.1. $15 : x = 30 : 10$; $x = \dfrac{15 \cdot 10}{30}$; $x = 5$. *В-дь.* **А.**

1.2. Із пропорції $25 : 20 = 10 : 2$ отримаємо: $25 \cdot 2 \neq 20 \cdot 10$, тому $25 : 20 \neq 10 : 2$. *В-дь.* **А.**

1.3. $(-2)^{-2} + 2,5 - \left(\sqrt{17}\right)^0 = \dfrac{1}{(-2)^2} + 2,5 - 1 = \dfrac{1}{4} + 1,5 = 0,25 + 1,5 = 1,75.$ *В-дь.* **Б.**

1.4. $\dfrac{m^3 + m^2 n}{m^3} : \dfrac{m^2 + 2mn + n^2}{mn} = \dfrac{m^2(m+n)}{m^3} \cdot \dfrac{mn}{(m+n)^2} = \dfrac{n}{m+n}.$ *В-дь.* **Г.**

1.5. $f(3) = 3^2 + 4 = 13.$ *В-дь.* **В.**

1.6. $D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 4 + 12 = 16.$ *В-дь.* **Б.**

1.7. $\begin{cases} x \le 3, \\ x > 7; \end{cases} \begin{cases} x \in (-\infty; -3], \\ x \in (7; +\infty); \end{cases} x \in \varnothing.$ *В-дь.* **Б.**

1.8. 108 км/год = 108 · 1000 м : 60 хв = 1800 м/хв. *В-дь.* **В.**

1.9. $S = 3 \cdot 8 \cdot \sin 45° = 24 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{2}$ (см^2). *В-дь.* **В.**

1.10. ΔAOB і ΔCOB — рівносторонні, тому $\angle AOC = 60° + 60° = 120°$. *В-дь.* **А.**

1.11. AC — діаметр, тому $\angle ABC = 90°$, $\beta = 180° - (90° + 55°) = 35°$. *В-дь.* **В.**

1.12. $\vec{a}(-2; 3)$, $\vec{b}(3; 4)$. $\overline{\vec{a} - \vec{b}} = \overline{(-2-3; 3-4)} = \overline{(-5; -1)}$. *В-дь.* **А.**

Частина 2

2.1 4000 грн.

2.2 –3; 3.

2.3 (–2; 1,2).

2.4 10.

Чернетка до частини 2

2.1. Нехай в банк слід покласти x грн. Тоді через рік їх стане $1,1x$ грн, а ще через рік — $1,1x \cdot 1,1 = 1,21x$ грн. Отже, $1,21x = 4840$; $x = 4000$ (грн).

2.2. $y = x^4 - 8x^2 - 9$. Введемо заміну $t = x^2$. Тоді $t^2 - 8t - 9 = 0$; $t_1 = -1$, $t_2 = 9$. Повернемося до заміни: $x^2 \neq -1$; $x^2 = 9$; $x_1 = -3$, $x_2 = 3$.

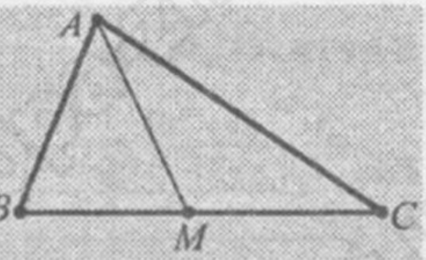
2.3. $\begin{cases} (x+3)(x-5) < x(x+9) + 7, \\ 3x - 0,4 < 2(x + 0,4); \end{cases} \begin{cases} x^2 - 2x - 15 < x^2 + 9x + 7, \\ 3x - 0,4 < 2x + 0,8; \end{cases} \begin{cases} -11x < 22, \\ x < 1,2; \end{cases} \begin{cases} x > -2, \\ x < 1,2; \end{cases}$

$x \in (-2; 1,2)$.

2.4. M — середина відрізка BC. $x_m = \dfrac{10-6}{2} = 2$;

$y_m = \dfrac{6-14}{2} = -4$; $M(2; -4)$.

$AM = \sqrt{(-8-2)^2 + (-4+4)^2} = \sqrt{100} = 10$.



Частина 3

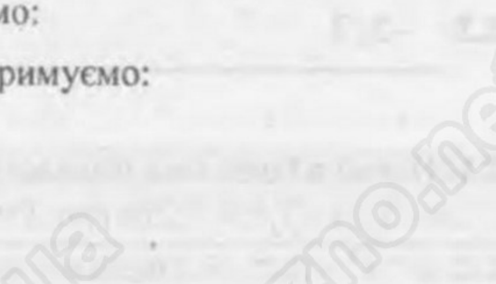
3.1. Нехай один оператор може виконати набір за x год, виконуючи за 1 год $\dfrac{1}{x}$ частину завдання, тоді інший оператор зможе виконати набір за $(x+7)$ год, виконуючи за 1 год $\dfrac{1}{x+7}$ частину завдання. Працюючи разом, за 1 год вони наберуть $\dfrac{1}{12}$ частину рукопису. Рівняння: $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+7} = \dfrac{1}{12}$; $\dfrac{12(x+7)+12x-x(x+7)}{12x(x+7)} = 0$;

$\dfrac{x^2-17x-84}{x(x+7)} = 0$; $\begin{cases} x^2-17x-84=0, \\ x(x+7)\neq 0; \end{cases}$ $x_1 = -4$ — не задовольняє умову задачі, $x_2 = 21$. Отже, один оператор може набрати рукопис за 21 год, а інший — за $21 + 7 = 28$ (год).

Відповідь: 21 год; 28 год.

3.2. Розглянемо різницю лівої та правої частин нерівності. $(2x-5)(2x+5)-(3x-2)^2 - 2(x-12) = 4x^2 - 25 - 9x^2 + 12x - 4 - 2x + 24 = -5x^2 + 10x - 5 = -5(x^2 - 2x + 1) = -5(x-1)^2 \le 0$. Дана нерівність виконується при всіх значеннях x.

3.3. Нехай $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AB \perp AD$) — задана трапеція, $AD = 24$ см, $BC = 16$ см, DB — бісектриса кута D, CK — висота трапеції. $\angle 1 = \angle 2$, бо DB — бісектриса кута D. $\angle 1 = \angle 3$, бо $AD \parallel BC$ і DB — січна. Отже, $\angle 2 = \angle 3$ і трикутник BCD — рівнобедрений, $CD = CB = 16$ (см). $KD = AD - AK = AD - BC = 24 - 16 = 8$ (см). З трикутника CKD ($\angle K = 90°$) маємо:



$CK = \sqrt{CD^2 - DK^2} = \sqrt{16^2 - 8^2} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}$ (см). Отримуємо:

$S_{тр.} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot CK = \dfrac{24+16}{2} \cdot 8\sqrt{3} = 160\sqrt{3}$ (см^2).

Відповідь: $160\sqrt{3}$ см^2.

ВАРІАНТ № 14

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2			X	
1.3				X
1.4				X

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6				X
1.7		X		
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10	X			
1.11		X		
1.12	X			

1.1. $5{,}6 \cdot 10 = 56.$ *В-дь.* **Г**.

1.2. $500 \cdot \frac{1}{4} = 125.$ *В-дь.* **В**.

1.3. $x + 0{,}5y = 4 + 0{,}5 \cdot (-3{,}4) = 4 - 1{,}7 = 2{,}3.$ *В-дь.* **Г**.

1.4. Пара (1; 0), бо якщо $x = 1$, $y = 0$, то $5 \cdot 1 + 3 \cdot 0 = 5$; $5 = 5$. *В-дь.* **Г**.

1.5. $6\sqrt{8} - \sqrt{32} = 12\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}.$ *В-дь.* **Б**.

1.6. Рівняння $x^2 - 2x + 9 = 0$ коренів не має, бо $D = (-2)^2 - 4 \cdot 9 = -32 < 0$. *В-дь.* **Г**.

1.7. $1 < a < 5$; $4 < 4a < 20$; $4 - 1 < 4a - 1 < 20 - 1$; $3 < 4a - 1 < 19$. *В-дь.* **Б**.

1.8. $a_1 = 8$; $d = 0{,}5$; $a_5 = a_1 + d(n - 1) = 8 + 0{,}5(5 - 1) = 8 + 0{,}5 \cdot 4 = 10.$ *В-дь.* **Б**.

1.9. $h = 15 \cdot \mathrm{tg}45° = 15$ (м). *В-дь.* **Б**.

1.10. Нехай менша сторона паралелограма дорівнює x см, тоді більша — $3x$ см.
$2(x + 3x) = 40$; $x = 5$ (см). *В-дь.* **А**.

1.11. $\frac{2}{8} = \frac{h}{8+12}$; $h = \frac{2 \cdot 20}{8} = 5$ (м). *В-дь.* **Б**.

1.12. $\overrightarrow{AB} = \overline{(3-(-1); 1-2)} = \overline{(4; -1)}.$ *В-дь.* **А**.

Частина 2

2.1 20.

2.2 −2; 2; 4.

2.3 (0; 12).

2.4 63 см.

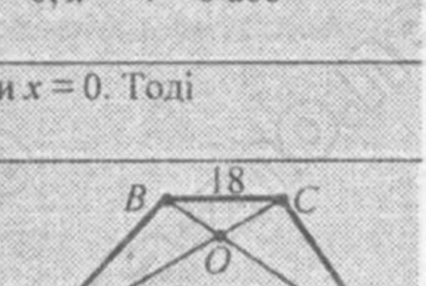
Чернетка до частини 2

2.1. $-9x^2 - 6x + 19 = -(3x + 1)^2 + 20$. Дана функція набуває найбільшого значення, коли $3x + 1 = 0$. Це значення дорівнює 20.

2.2. $x^3 - 4x^2 - 4x + 16 = 0$; $x^2(x - 4) - 4(x - 4) = 0$; $(x^2 - 4)(x - 4) = 0$; $x^2 - 4 = 0$ або $x - 4 = 0$; $x_1 = -2$, $x_2 = 2$, $x_3 = 4$.

2.3. Функція $y = 3x^2 + bx + 12$ перетинатиме вісь ординат, коли $x = 0$. Тоді $y = 3 \cdot 0^2 + b \cdot 0 + 12 = 12$. Отже, (0; 12).

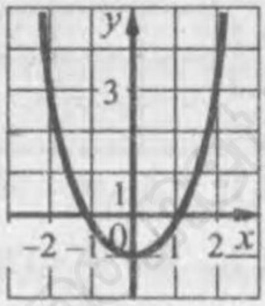
2.4. $\Delta BOC \sim \Delta DOA$: $\frac{BC}{AD} = \frac{BO}{OD}$; $\frac{18}{AD} = \frac{2}{7}$; $AD = 63$ (см).



Частина 3

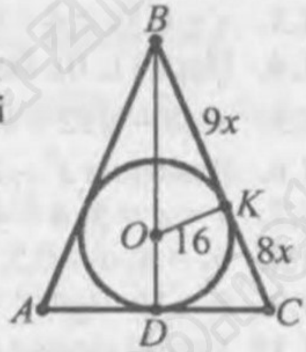
3.1. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = -3$; $x_1x_2 = -7$. Нехай t_1 і t_2 — корені шуканого рівняння $x^2 + bx + c = 0$, тоді $t_1 = x_1 + 1$; $t_2 = x_2 + 1$, а $t_1 + t_2 = -b$; $b = -(x_1 + 1 + x_2 + 1) =$

$= -(x_1 + x_2 + 2) = -(-3 + 2) = 1$; $t_1 \cdot t_2 = c$; $c = (x_1 + 1)(x_2 + 1) = x_1x_2 + (x_1 + x_2) + 1 =$
$= -7 - 3 + 1 = -9$. Шукане рівняння: $x^2 + x - 9 = 0$.
Відповідь: $x^2 + x - 9 = 0$.



3.2. Областю визначення функції $y = \dfrac{x^4 + 3x^2 - 4}{x^2 + 4}$ є всі дійсні числа.

$$y = \frac{x^4 + 3x^2 - 4}{x^2 + 4} = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 4)}{x^2 + 4} = x^2 - 1.$$ Графіком даної функції є парабола $y = x^2 - 1$.



3.3. Нехай ABC — рівнобедрений трикутник ($AB = BC$) з центром вписаного кола O, K і D — точки дотику кола до сторін BC і AC, BD — висота трикутника. $CK : KB = 8 : 9$. Нехай $CK = 8x$ см, тоді $BK = 9x$ см, $BC = 8x + 9x = 17x$ (см). За властивістю дотичних, проведених з однієї точки до кола, $CD = CK = 8x$. Півпериметр трикутника ABC дорівнює $p = BC + CD = 17x + 8x = 25x$ (см).

$$BD = \sqrt{BC^2 - DC^2} = \sqrt{(17x)^2 - (8x)^2} = 15x \text{ (см)}.$$

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2} AC \cdot BD$ і $S_{ABC} = pr$, звідки: $8x \cdot 15x = 25x \cdot 16$; $x = \dfrac{10}{3}$.

$$P_{ABC} = 2p = 50x = 50 \cdot \frac{10}{3} = \frac{500}{3} = 166\frac{2}{3} \text{ (см)}.$$

Відповідь: $166\dfrac{2}{3}$ см.

ВАРІАНТ № 15 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2				X
1.3		X		
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6		X		
1.7		X		
1.8	X			

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10	X			
1.11			X	
1.12		X		

1.1. $\frac{2^{\backslash 4}}{7}+\frac{1^{\backslash 7}}{4}=\frac{8+7}{28}=\frac{15}{28}.$ *В-дь.* **В.**

1.2. $25-x=19;\ x=25-19;\ x=6.$ *В-дь.* **Г.**

1.3. $f(-2)=(-2)^2-6=4-6=-2.$ *В-дь.* **Б.**

1.4. $(b^4)^3:(b^2)^5=b^{12}:b^{10}=b^{12-10}=b^2.$ *В-дь.* **А.**

1.5. $3m^{\backslash 3m}-\frac{9m^2+2}{3m}=\frac{9m^2-9m^2-2}{3m}=-\frac{2}{3m}.$ *В-дь.* **А.**

1.6. $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-3}{2}=1,5;\ y=1,5^2-3\cdot 1,5+2=2,25-4,5+2=-0,25.\ A(1,5;-0,25).$ *В-дь.* **Б.**

1.7. $x^2+9<0$ — хибна нерівність для всіх значень x. *В-дь.* **Б.**

1.8. Нехай у коробці m синіх кульок. $P=\frac{m}{6+m}=\frac{2}{5};\ 5m=2(6+m);\ 3m=12;\ m=4.$ *В-дь.* **А.**

1.9. x — менший кут, $x+20°$ — більший. $x+x+20°=180°;\ 2x=160°;\ x=80°.$ *В-дь.* **Б.**

1.10. $S=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 1\cdot\sin 30°=3\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ (см^2). *В-дь.* **А.**

1.11. Образ — ΔOFA. *В-дь.* **В.**

1.12. $(x+7)^2+(y-4)^2=4^2;\ R=4.$ *В-дь.* **Б.**

Частина 2

2.1 270 кг.

2.2 a^3b^2.

2.3 $(5,25;+\infty)$.

2.4 $-\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}.$

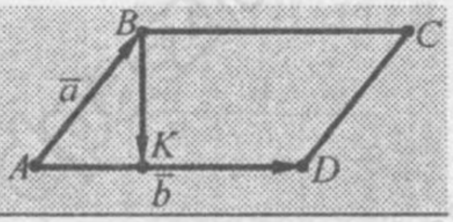
Чернетка до частини 2

2.1. Нехай за два дні у магазині продали x кг фруктів. Тоді за перший день продали $\frac{7}{15}x$ кг фруктів, а за другий — $\frac{8}{15}x$ кг. За другий день продали на 18 кг фруктів більше: $\frac{8}{15}x-\frac{7}{15}x=18;\ \frac{x}{15}=18;\ x=270$ (кг).

2.2. $\left(\frac{a^{-5}}{b^{-2}}\right)^{-3}\cdot\left(a^{-6}b^4\right)^2=\frac{a^{15}}{b^6}\cdot a^{-12}b^8=a^3b^2.$

2.3. $x^2-x+a-5=0$. Дане рівняння не має коренів, якщо його дискримінант від'ємний. $D=(-1)^2-4(a-5)=1-4a+20=21-4a<0;\ 4a>21;\ a>5,25;\ a\in(5,25;+\infty).$

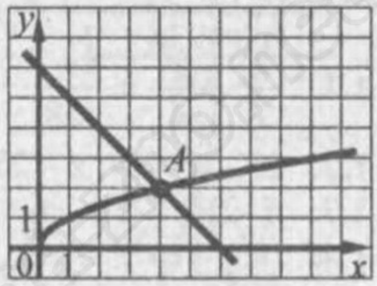
2.4. $AK = \frac{1}{4}AD$. $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK} = -\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$.



Частина 3

3.1. Будуємо графіки функцій $y = \sqrt{x}$ і $y = 6 - x$. Графіки перетинаються у точці $A(4; 2)$. Значення функції $y = 6 - x$ більші від значень функції $y = \sqrt{x}$, якщо $x \in [0; 4)$.

Відповідь: $x \in [0; 4)$.

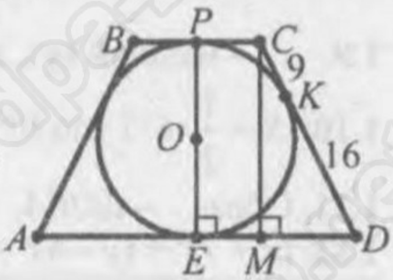


3.2. $\begin{cases} x^2 - 6xy + 9y^2 = 4, \\ xy - 3y^2 = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} (x-3y)^2 = 4, \\ xy - 3y^2 = 6. \end{cases}$ Звідки: 1) $\begin{cases} x - 3y = 2; \\ y(x-3y) = 6, \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2 + 3y, \\ 2y = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 11; \\ y = 3; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x - 3y = -2; \\ y(x-3y) = 6, \end{cases}$ $\begin{cases} x = -2 + 3y, \\ -2y = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -11; \\ y = -3. \end{cases}$

Відповідь: $(11; 3)$, $(-11; -3)$.

3.3. Нехай $ABCD$ ($AD \parallel BC$) — задана рівнобічна трапеція, O — центр вписаного в трапецію кола; P, K, E — точки дотику кола до сторін BC, CD, AD відповідно, $CK = 9$ см, $KD = 16$ см. $CP = CK = 9$ см як дотичні до кола, проведені з однієї точки. Аналогічно $ED = KD = 16$ см. Проведемо $CM \perp AD$. $EM = PC = 9$ см, тоді $MD = ED - EM = 16 - 9 = 7$ (см). З ΔCMD ($\angle M = 90°$):



$CM = \sqrt{CD^2 - MD^2} = \sqrt{(9+16)^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24$ (см). $AD = 2ED = 2 \cdot 16 = 32$ (см),

$BC = 2PC = 2 \cdot 9 = 18$ (см). Отже, $S_{тр.} = \frac{AD + BC}{2} \cdot CM = \frac{32 + 18}{2} \cdot 24 = 600$ (см^2).

Відповідь: 600 см^2.

ВАРІАНТ № 16 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2			X	
1.3			X	
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6		X		
1.7				X
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10		X		
1.11		X		
1.12		X		

1.1. $(1602 - 102) : 50 = 1500 : 50 = 30.$ *В-дь.* **В.**

1.2. $4\frac{5}{6}^{\backslash 4} + \frac{1}{8}^{\backslash 3} = 4\frac{20+3}{24} = 4\frac{23}{24}.$ *В-дь.* **В.**

1.3. $19{,}254 \approx 19.$ *В-дь.* **В.**

1.4. $\frac{4x^2+4x+1}{4x^2-1} = \frac{(2x+1)^2}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{2x+1}{2x-1}.$ *В-дь.* **Б.**

1.5. $\left(3-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}+3\right) = 3^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2 = 9 - 3 = 6.$ *В-дь.* **А.**

1.6. Параболи $y = x^2 - 3$, бо це парабола $y = x^2$, опущена на 3 одиниці вниз. *В-дь.* **Б.**

1.7. $4 < a < 7$; $4 \cdot 4 < 4a < 4 \cdot 7$; $16 < P < 28.$ *В-дь.* **Г.**

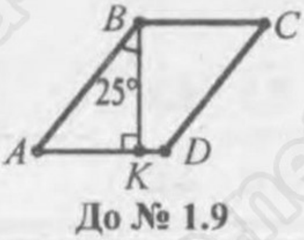
1.8. Нерожевих троянд $5 + 4 = 9$. Тому $P = \frac{9}{5+4+6} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}.$ *В-дь.* **В.**

1.9. З ΔAKB ($\angle K = 90°$): $\angle A = 90° - 25° = 65°.$ *В-дь.* **В.**

1.10. $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{9 \cdot 1} = 3$ (см). $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot (9+1) \cdot 3 = 15$ (см^2). *В-дь.* **Б.**

1.11. $\Delta ABC \sim \Delta ADE$, тоді $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$; $AD = \frac{AE \cdot AB}{AC}$; $AD = \frac{(4+2)\cdot 6}{4} = 9$ (см). *В-дь.* **Б.**

1.12. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{CO}.$ *В-дь.* **Б.**



До № 1.9

Частина 2

2.1 $2b - 6a.$

2.2 195.

2.3 $\frac{x-6}{x-10}.$

2.4 $\vec{n}\,(-21; 8).$

Чернетка до частини 2

2.1. Якщо $a < 0$, $b > 0$, то: $\sqrt{4(a-b)^2} + \sqrt{16a^2} = 2|a-b| + 4|a| = 2(b-a) - 4a = 2b - 6a.$

2.2. $a_4 = a_1 + 3d$; $3d = 15 - 6$; $d = 3$; $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$; $S_{10} = \frac{2 \cdot 6 + 3 \cdot 9}{2} \cdot 10 = 195$.
2.3. $\frac{x^2 - 8x + 12}{x^2 - 12x + 20} = \frac{(x-2)(x-6)}{(x-2)(x-10)} = \frac{x-6}{x-10}$.
2.4. $\vec{n} = 3\vec{a} - 5\vec{b} = 3\overline{(-2; 1)} - 5\overline{(3; -1)} = \overline{(-6; 3)} - \overline{(15; -5)} = \overline{(-21; 8)}$.

Частина 3

3.1. Нехай початкова ціна підручника була x грн, а альбома — y грн. Тоді $x + y = 70$. Нова ціна підручника $0{,}8x$ грн, а альбома — $1{,}2y$ грн. Тоді $0{,}8x + 1{,}2y = 68$. Складаємо і розв'язуємо систему рівнянь: $\begin{cases} x + y = 70, \\ 0{,}8x + 1{,}2y = 68; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 70 - y, \\ 0{,}8(70 - y) + 1{,}2y = 68; \end{cases}$

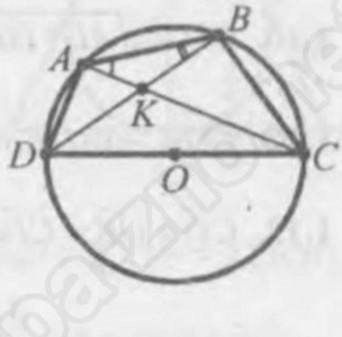
$\begin{cases} x = 70 - y, \\ 56 - 0{,}8y + 1{,}2y = 68; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 70 - y, \\ 0{,}4y = 12; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 40, \\ y = 30. \end{cases}$ Отже, початкова ціна підручника становила 40 грн, а альбома — 30 грн. *Відповідь:* 40 грн, 30 грн.

3.2. Задані числа утворюють арифметичну прогресію, у якої $a_1 = 13$, $d = 13$, $a_n = 494$. За формулою n-го члена маємо: $13 + 13(n - 1) = 494$; $13n = 494$; $n = 38$. Отримаємо:

$$S_{38} = \frac{13 + 494}{2} \cdot 38 = 9633.$$

Відповідь: 9633.

3.3. $\angle BDC = \angle BAC = 41°$ як вписані кути, які спираються на одну дугу. З прямокутного трикутника DBC ($\angle B = 90°$): $\angle C = 90° - 41° = 49°$. Аналогічно $\angle ACD = \angle ABD = 34°$; $\angle D = 90° - 34° = 56°$. $\angle A = \angle DAC + \angle CAB = 90° + 41° = 131°$; $\angle B = \angle ABD + \angle DBC = 34° + 90° = 124°$.
Відповідь: 56°, 49°, 131°, 124°.



ВАРІАНТ № 17 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1	X			
1.2			X	
1.3			X	
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6	X			
1.7				X
1.8	X			

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10				X
1.11			X	
1.12			X	

1.1. $160 : 3{,}2 = 50$ (ц/га). *В-дь.* **А.**

1.2. $2x - 14 = 56$; $2x = 56 + 14$; $2x = 70$; $x = 35$. *В-дь.* **В.**

1.3. $(7^5)^4 : (7^2)^9 = 7^{20} : 7^{18} = 7^2 = 49$. *В-дь.* **В.**

1.4. $4m^4n^2 \cdot (-0{,}6mn^3) = -2{,}4m^5n^5$. *В-дь.* **В.**

1.5. $\dfrac{2xy^2 - y^3}{27} \cdot \dfrac{9x}{y^2} = \dfrac{y^2(2x-y)\cdot 9x}{27y^2} = \dfrac{(2x-y)x}{3} = \dfrac{2x^2 - xy}{3}$. *В-дь.* **Б.**

1.6. $(-1)^2 + (-1)^2 = 1 + 1 = 2$, тому $(-1; -1)$ є розв'язком рівняння $x^2 + y^2 = 2$. *В-дь.* **А.**

1.7. $-b = 6 + (-2) = 4$; $b = -4$, $c = -2 \cdot 6 = -12$, тому вибираємо рівняння $x^2 - 4x - 12 = 0$. *В-дь.* **Г.**

1.8. $(800 \cdot 1{,}25) \cdot 1{,}25 = 1250$ (грн). *В-дь.* **А.**

1.9. Нехай менша основа $3x$ см, тоді більша — $7x$ см. $\dfrac{3x + 7x}{2} = 80$; $5x = 80$; $x = 16$ (см). Тоді менша основа: $3x = 3 \cdot 16 = 48$ (см). *В-дь.* **Б.**

1.10. $ABCD$ — ромб, $AO \perp BO$. $S = 4S_{\Delta AOB} = 4 \cdot \frac{1}{2} AO \cdot BO = 2 \cdot 4 \cdot 2{,}5 = 20$ (см^2). *В-дь.* **Г.**

1.11. $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \dfrac{r_1^2}{r_2^2} = \left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\dfrac{4}{9}\right)^2 = \dfrac{16}{81}$. *В-дь.* **В.**

1.12. Якщо вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні, то $x : 2 = -4 : 1$; $x = -4 \cdot 2 = -8$. *В-дь.* **В.**

Частина 2

2.1 70336.

2.2 $(-\infty; -14) \cup (14; +\infty)$.

2.3 1,5.

2.4 500 см^2.

Чернетка до частини 2

2.1. Указані числа утворюють арифметичну прогресію, перший член якої $a_1 = 105$, різниця $d = 7$. За формулою n-го члена маємо: $a_n = 105 + 7(n-1) = 98 + 7n$. Щоб знайти кількість членів прогресії, розв'яжемо нерівність $98 + 7n < 1000$; $7n < 902$; $n < 128{,}8...$. Отже, потрібно знайти суму 128 перших членів цієї прогресії.

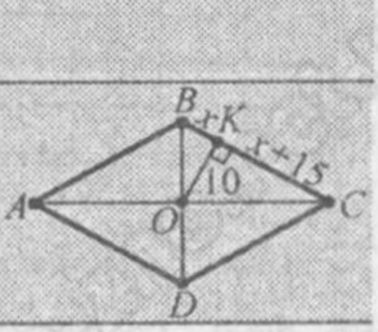
$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; \quad S_{128} = \frac{2 \cdot 105 + 7(128-1)}{2} \cdot 128 = \frac{210 + 889}{2} \cdot 128 = 70336.$$

2.2. $x^2 + bx + 49 = 0$. Дане рівняння матиме два різні корені, коли його дискримінант буде додатним, тобто $D = b^2 - 4 \cdot 49 = b^2 - 196 > 0$; $(b + 14)(b - 14) > 0$; $b \in (-\infty; -14) \cup (14; +\infty)$.

2.3. $\frac{x}{x+3}+\frac{x+3}{x-3}=\frac{18}{x^2-9}$; $\frac{x(x-3)+(x+3)^2-18}{x^2-9}=0$; $\begin{cases}2x^2+3x-9=0,\\ x\neq-3,\ x\neq3;\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=-3,\ x_2=1{,}5,\\ x\neq-3,\ x\neq3;\end{cases}$ $x=1{,}5.$

2.4. $BK=x$, $KC=x+15$. $x(x+15)=10^2$; $x^2+15x-100=0$;
$x_1=-20$ — не підходить. $x_2=5$ (см).
$BC=x+x+15=25$ (см).
$S=4\cdot\frac{1}{2}\cdot BC\cdot OK=2\cdot10\cdot25=500$ (см^2).



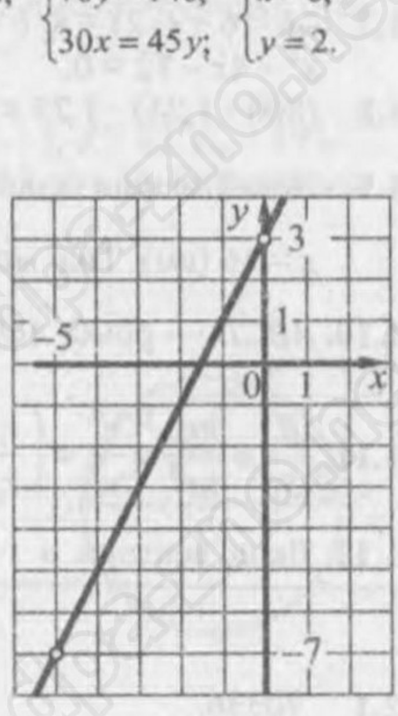
Частина 3

3.1. Нехай 1 ручка коштує x грн, а 1 олівець — y грн. Складаємо і розв'язуємо систему рівнянь: $\begin{cases}30x+25y=140,\\ 10x=15y;\end{cases}\Big|\cdot3$ $\begin{cases}30x+25y=140,\\ 30x=45y;\end{cases}$ $\begin{cases}45y+25y=140,\\ 30x=45y;\end{cases}$ $\begin{cases}70y=140,\\ 30x=45y;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\ y=2.\end{cases}$

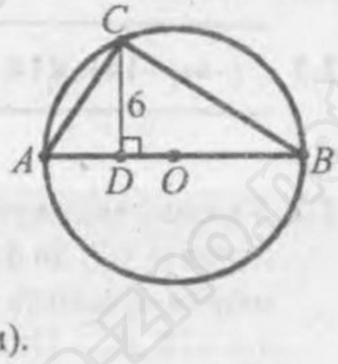
Отже, 1 ручка коштує 3 грн, а 1 олівець — 2 грн.
Відповідь: 3 грн; 2 грн.

3.2. Область визначення функції: $x\in(-\infty;-5)\cup(-5;0)\cup(0;-\infty)$.

$y=\frac{x^2+10x+25}{x+5}-\frac{2x-x^2}{x}=\frac{(x+5)^2}{x+5}-\frac{x(2-x)}{x}=$
$=x+5-(2-x)=2x+3.$ Графіком функції є пряма лінія без точок $(-5;-7)$ і $(0;3)$.



3.3. Нехай AB — діаметр кола з центром у точці O, $CD\perp AB$, де C — точка кола, $CD=6$ см, $BD-AD=5$ см, $AD=x$ см. Тоді $DB=(x+5)$ см. Трикутник ACB — прямокутний (кут C прямий, бо він вписаний і спирається на діаметр), CD — перпендикуляр, проведений з вершини прямого кута на гіпотенузу. Тоді: $AD\cdot DB=CD^2$; $x(x+5)=6^2$; $x^2+5x-36=0$; $x_1=-9$ — не підходить, $x_2=4$. Отже, $AD=4$ см, $DB=4+5=9$ (см). $AB=AD+DB=4+9=13$ (см). Тоді $r=AB:2=13:2=6{,}5$ (см).
Відповідь. 6,5 см.



ВАРІАНТ № 18

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2			X	
1.3				X
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6			X	
1.7			X	
1.8	X			

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10			X	
1.11			X	
1.12		X		

1.1. Затушовано 2 з 6 однакових прямокутників, тобто $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ частина. *В-дь.* **Б.**

1.2. 12,8 см · 1 000 000 = 12 800 000 см = 128 000 м = 128 км. *В-дь.* **В.**

1.3. 43 хв 15 с – 13 хв 48 с = 42 хв 75 с – 13 хв 48 с = 29 хв 27 с. *В-дь.* **Г.**

1.4. $\frac{a^2b+ab^2}{ab^2}=\frac{ab(a+b)}{ab^2}=\frac{a+b}{b}.$ *В-дь.* **Б.**

1.5. Якщо $a=2\sqrt{2}$, то $\frac{a^2}{4}=\frac{\left(2\sqrt{2}\right)^2}{4}=\frac{8}{4}=2.$ *В-дь.* **А.**

1.6. Шуканою функцією є $y=\frac{10}{x^2+7}$, бо $x^2+7\neq 0$. *В-дь.* **В.**

1.7. $(x-4)(x+5)=x^2$; $x^2+x-20=x^2$; $x-20=0$; $x=20$. *В-дь.* **В.**

1.8. 192 · 10 – 191 · 9 = 1920 – 1719 = 201 (см). *В-дь.* **А.**

1.9. Нехай x — градусна міра однієї дуги, тоді $17x$ — іншої.
$x+17x=360°$; $18x=360°$; $x=20°$. *В-дь.* **Г.**

1.10. $AB-BC<AC<AB+BC$; $10-5<AC<10+5$; $5<AC<15$.
Отже, $AC=8$ (см). *В-дь.* **В.**

1.11. $\pi r^2=100\pi$; $r^2=100$; $r=10$ (см); $l=2\pi r=2\pi\cdot 10=20\pi$ (см). *В-дь.* **В.**

1.12. $x_C=\frac{x_A+x_B}{2}$; $x_B=2x_C-x_A=2\cdot 2-(-4)=8$; $y_B=2y_C-y_A=2\cdot 1-3=-1$,
тому $B(8;-1)$. *В-дь.* **Б.**

Частина 2

2.1 300 г.

2.3 $\frac{1}{3}$.

2.2 $\frac{a-1}{4a-3}$.

2.4 28 см.

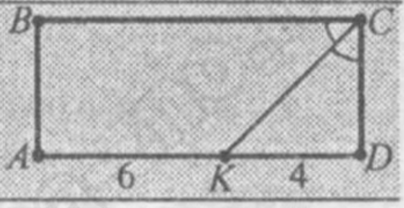
Чернетка до частини 2

2.1. Нехай x г — маса 5-відсоткового розчину. Тоді $(x-50)$ г — маса 6-відсоткового розчину. $x\cdot 0{,}05$ (г) — маса солі у 5-відсотковому розчині, $(x-50)\cdot 0{,}06$ (г) — маса солі у 6-відсотковому розчині. Рівняння: $x\cdot 0{,}05=(x-50)\cdot 0{,}06$; $0{,}01x=3$; $x=300$ (г). Отже, спочатку було 300 г розчину.

2.2. $\frac{a^2-1}{4a^2+a-3}=\frac{(a-1)(a+1)}{(a+1)(4a-3)}=\frac{a-1}{4a-3}.$

2.3. Усіх можливих комбінацій з чотирьох карт по дві є 6. Добуток лише двох пар чисел буде кратним 14, це — 7 і 10 та 6 і 7. Отже, ймовірність того, що добуток чисел, записаних на 2 навмання вибраних картах, буде кратним 14, дорівнює $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

2.4. $\angle KCD = 90° : 2 = 45°$. З Δ CDK $CD = KD = 4$ (см).
$P = 2(4 + (6 + 4)) = 28$ (см).



Частина 3

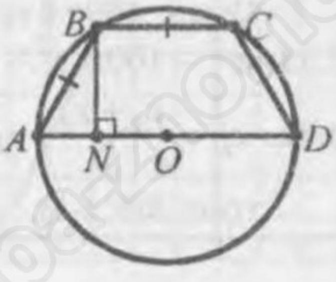
3.1. $\left(\frac{3}{a+5}-\frac{4a}{a^2+10a+25}\right):\frac{a-15}{a^2-25}+\frac{2a}{a+5}=\frac{3(a+5)-4a}{(a+5)^2}\cdot\frac{(a+5)(a-5)}{a-15}+\frac{2a}{a+5}=$

$=\frac{(15-a)(a-5)}{(a+5)(a-15)}+\frac{2a}{a+5}=\frac{5-a}{a+5}+\frac{2a}{a+5}=\frac{5-a+2a}{a+5}=\frac{5+a}{a+5}=1.$

Тотожність доведена.

3.2. $S_n = n^2 + 2n$. $a_1 = S_1 = 1^2 + 2\cdot 1 = 3$; $S_2 = a_1 + a_2 = 2^2 + 2\cdot 2 = 8$. Тоді $a_2 = 8 - a_1 = 8 - 3 = 5$. Отже, $d = a_2 - a_1 = 5 - 3 = 2$. Формула загального члена має вигляд: $a_n = 3 + 2(n-1) = 3 + 2n - 2 = 2n + 1$.
Відповідь: $a_n = 2n + 1$.

3.3. Нехай $ABCD$ — трапеція ($AD\parallel BC$), вписана у коло з центром O, $AB = BC = CD = a$, AD — діаметр кола. Рівні хорди кола стягують рівні дуги, тому $\cup AB = \cup BC = \cup CD$. Оскільки сума дуг утворює півколо, то $\cup AB = \cup BC = \cup CD = 180° : 3 = 60°$. Вписаний кут BAD спирається на дугу BCD: $\cup BCD = 60° + 60° = 120°$, тому $\angle BAD = \frac{1}{2}\cup BCD = \frac{1}{2}\cdot 120° = 60°$.



З ΔANB ($\angle N = 90°$): $BN = AB\sin\angle A = a\sin 60° = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Відповідь: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

ВАРІАНТ № 19

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1	Х			
1.2			Х	
1.3		Х		
1.4		Х		

	А	Б	В	Г
1.5		Х		
1.6		Х		
1.7		Х		
1.8				Х

	А	Б	В	Г
1.9	Х			
1.10		Х		
1.11	Х			
1.12				Х

1.1. $4x - 14 = 26$; $4x = 26 + 14$; $4x = 40$; $x = 10$. *В-дь.* **А.**

1.2. 23 с $= \dfrac{23}{60}$ хв. *В-дь.* **В.**

1.3. $\dfrac{1}{7} = 0,(142857)$. *В-дь.* **Б.**

1.4. $\dfrac{2a+7}{a-4} + \dfrac{3a-15}{4-a} = \dfrac{2a+7}{a-4} - \dfrac{3a-15}{a-4} = \dfrac{2a+7-3a+15}{a-4} = \dfrac{-a+22}{a-4} = \dfrac{22-a}{a-4}$. *В-дь.* **Б.**

1.5. Якщо $a < b$ і $c < 0$, то $a + c < b + 0$; $a + c < b$. *В-дь.* **Б.**

1.6. $x^2 + 4x - 12 < 0$; $x = -4$; $(-4)^2 + 4 \cdot (-4) - 12 = -12 < 0$. *В-дь.* **Б.**

1.7. $y = \dfrac{x^2+7x}{x} = \dfrac{x(x+7)}{x}$; $\begin{cases} x(x+7) = 0, \\ x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0, x = -7, \\ x \neq 0; \end{cases}$ $x = -7$. *В-дь.* **Б.**

1.8. Обсяг вибірки $n = 9$, тому $M_e = x_5 = 5$. *В-дь.* **Г.**

1.9. AB — діаметр, $\angle ACB = 90°$. З ΔACB: $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 30° = 60°$. *В-дь.* **А.**

1.10. $R = \dfrac{AB}{2\sin\angle C} = \dfrac{8\sqrt{3}}{2\sin 60°} = \dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}/2} = 8$ (см). *В-дь.* **Б.**

1.11. $\angle ABC = \dfrac{1}{2}\angle AOC = \dfrac{1}{2} \cdot 120° = 60°$. *В-дь.* **А.**

1.12. $O(2; -2)$, $R = 2$, тому $(x-2)^2 + (y-(-2))^2 = 2^2$; $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$. *В-дь.* **Г.**

Частина 2

2.1 $2 \cdot 10^{-8}$.

2.2 8 рядів.

2.3 0,2.

2.4 $\sqrt{65}$.

Чернетка до частини 2

2.1. $(1,3 \cdot 10^{-4}) : (65 \cdot 10^2) = \dfrac{1,3}{65 \cdot 10^2 \cdot 10^4} = 0,02 \cdot 10^{-6} = 2 \cdot 10^{-8}$.

2.2. Кількості місць у рядах утворюють арифметичну прогресію, у якій $a_1 = 18$, $d = 3$.

Тоді $S_n = \dfrac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$; $228 = \dfrac{2 \cdot 18 + (n-1) \cdot 3}{2} \cdot n$; $456 = (36 + 3n - 3)n$;

$3n^2 + 33n - 456 = 0$; $n^2 + 11n - 152 = 0$; $n_1 = -19$, $n_2 = 8$. $n_1 = -19$ — не задовольняє умову задачі. Отже, $n = 8$.

2.3. Усіх можливих комбінацій є $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$. Добуток двох чисел буде непарним, коли обидва числа непарні — 5 і 7, 5 і 9, 7 і 9 — усього 3 пари. Отже, ймовірність того, що добуток чисел, записаних на двох навмання вибраних картах, буде непарним, дорівнює $\frac{3}{15}=\frac{1}{5}=0,2.$

2.4. $\overline{c}=3\overline{(-2;3)}-2\overline{(-1;1)}=\overline{(-6;9)}-\overline{(-2;2)}=\overline{(-4;7)}$. $|\overline{c}|=\sqrt{(-4)^2+7^2}=\sqrt{65}$.

Частина 3

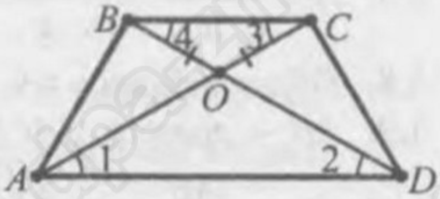
3.1. Розглянемо різницю лівої та правої частини нерівності: $a(a-3)-5(a-6)=$ $=a^2-3a-5a+30=a^2-8a+30=(a-4)^2+14>0$. Дана нерівність виконується при всіх значеннях a.

3.2. Область визначення функції $y=\frac{14}{\sqrt{13x-4}}-\frac{5}{2|x|-7}$ знайдемо із системи

$\begin{cases}13x-4>0;\\ 2|x|-7\neq 0,\end{cases}$ $\begin{cases}x>\frac{4}{13};\\ x\neq \pm 3{,}5.\end{cases}$ Отже, $x\in\left(\frac{4}{13};3{,}5\right)\cup(3{,}5;+\infty)$.

Відповідь: $\left(\frac{4}{13};3{,}5\right)\cup(3{,}5;+\infty)$.

3.3. Трикутник BOC — рівнобедрений, бо $BO=OC$. Отже, $\angle 3=\angle 4$. Кути 1 і 3 та 2 і 4 рівні як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC та відповідних січних. Отже, $\angle 3=\angle 1=\angle 2=\angle 4$ і трикутник AOD рівнобедрений. Звідси $AO=OD$.



$\Delta AOB=\Delta DOC$, бо $AO=OD$, $BO=OC$ і $\angle AOB=\angle DOC$ як вертикальні кути. З рівності трикутників маємо: $AB=CD$ і трапеція $ABCD$ — рівнобічна.

ВАРІАНТ № 20 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2				X
1.3				X
1.4				X

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6		X		
1.7		X		
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10				X
1.11		X		
1.12		X		

1.1. 4 год 16 хв = 4 · 60 хв + 16 хв = 240 хв + 16 хв = 256 хв. *В-дь.* **В.**

1.2. 10 км 300 м – 8 км 500 м = 9 км 1300 м – 8 км 500 м = 1 км 800 м. *В-дь.* **Г.**

1.3. НСД(14; 27) = 1. *В-дь.* **Г.**

1.4. $\dfrac{3m^2-4n^2}{mn}+\dfrac{4n-7}{m}=\dfrac{3m^2-4n^2+4n^2-7n}{mn}=\dfrac{3m^2-7n}{mn}$. *В-дь.* **Г.**

1.5. $\dfrac{3{,}6mn^{-3}}{6m^3n^{-6}}=0{,}6m^{1-3}n^{-3-(-6)}=0{,}6m^{-2}n^3$. *В-дь.* **В.**

1.6. $x^2\ge 64$; $x^2-64\ge 0$; $(x-8)(x+8)\ge 0$; $x\in(-\infty;-8]\cup[8;+\infty)$. *В-дь.* **Б.**

1.7. $x^2-8x+7=0$. За теоремою Вієта $x_1+x_2=8$, $x_1x_2=7$, тому $x_1=1$; $x_2=7$. *В-дь.* **Б.**

1.8. Є 9 одноцифрових натуральних чисел, а кратних трьом — три: 3, 6 і 9. $P=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$. *В-дь.* **Б.**

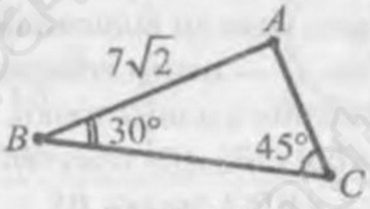
1.9. Центром кола, описаного навколо трикутника, є точка перетину серединних перпендикулярів до сторін трикутника. *В-дь.* **Г.**

1.10. За теоремою синусів

$$\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{AB}{\sin\angle C};\quad AC=\frac{AB\sin\angle B}{\sin\angle C}=\frac{7\sqrt{2}\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ}=\frac{7\sqrt{2}\cdot 1/2}{\sqrt{2}/2}=7\ (\text{см}).$$ *В-дь.* **Г.**

1.11. За властивістю бісектриси $\dfrac{AC}{CD}=\dfrac{AB}{BD}$; $AC=\dfrac{AB\cdot CD}{BD}=\dfrac{12\cdot 6}{9}=8$ (см). *В-дь.* **Б.**

1.12. $\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{ED}=-2\overrightarrow{DE}$. *В-дь.* **Б.**



До № 1.10

Частина 2

2.1 $\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right]$.

2.2 –3; 3.

2.3 (0; 7).

2.4 109°.

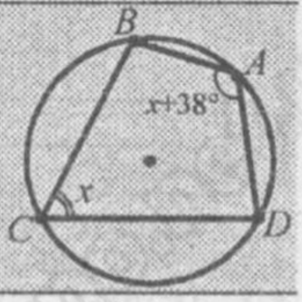
Чернетка до частини 2

2.1. $\begin{cases}(x+4)(x-2)<x^2-3x+7,\\ \dfrac{3x+3}{2}-2\ge 3x;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+2x-8<x^2-3x+7,\\ 3x+3-4\ge 6x;\end{cases}$ $\begin{cases}5x<15,\\ -3x\ge 1;\end{cases}$ $\begin{cases}x<3;\\ x\le -\dfrac{1}{3}.\end{cases}$

Звідси $x\le -\dfrac{1}{3}$; $x\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right]$.

2.2. Ординати точок перетину функції з віссю x дорівнюють нулю. Отже: $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$. Нехай $x^2 = y \ge 0$. Тоді $y^2 - 8y - 9 = 0$; $y_1 = -1$, $y_2 = 9$. $y_1 = -1$ не підходить, $x^2 = 9$; $x_1 = -3$, $x_2 = 3$. Отже, нулі функції: $x_1 = -3$, $x_2 = 3$.

2.3. Дане рівняння не має коренів, якщо його дискримінант від'ємний. $x^2 + 2ax + 7a = 0$; $D = (2a)^2 - 4 \cdot 7a = 4a^2 - 28a = 4a(a-7) < 0$; $a \in (0; 7)$.



2.4. $\angle A + \angle C = 180°$. $x + x + 38° = 180°$; $2x + 38° = 180°$; $2x = 142°$; $x = 71°$. $\angle A = 71° + 38° = 109°$.

Частина 3

3.1. Нехай x км/год — швидкість велотуристів, з якою вони проїхали 28 км, при цьому затративши $\frac{28}{x}$ год. Тоді $(x+2)$ км/год — швидкість велотуристів, з якою вони проїхали 48 км, затративши $\frac{48}{x+2}$ год. Рівняння: $\frac{28}{x} + \frac{48}{x+2} = 5$;

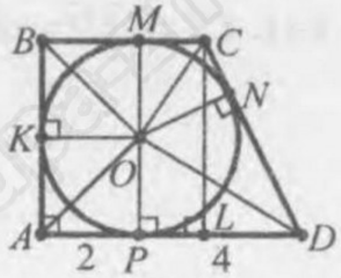
$$\frac{28(x+2)+48x-5x(x+2)}{x(x+2)} = 0;\ \frac{5x^2-66x-56}{x(x+2)} = 0;\ \begin{cases}5x^2-66x-56=0,\\ x\ne -2, x\ne 0;\end{cases} \begin{cases}x_1=-0{,}8, x_2=14;\\ x\ne -2, x\ne 0.\end{cases}$$

$x = -0{,}8$ не задовольняє умову задачі. Отже, початкова швидкість велотуристів 14 км/год. *Відповідь*: 14 км/год.

3.2. Область визначення функції знайдемо із системи нерівностей:

$$\begin{cases}12+4x-x^2\ge 0,\\ x^2-36\ne 0.\end{cases} \text{ Звідси } \begin{cases}x^2-4x-12\le 0,\\ x\ne -6, x\ne 6;\end{cases} \begin{cases}(x-6)(x+2)\le 0,\\ x\ne -6, x\ne 6;\end{cases} \begin{cases}x\in[-2; 6],\\ x\ne -6, x\ne 6.\end{cases}$$

Отже, область визначення функції $D(y) = [-2; 6)$.
Відповідь: $D(y) = [-2; 6)$.



3.3. Нехай $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AB \perp AD$) — прямокутна трапеція, K, M, N, P — точки дотику вписаного кола до відповідних сторін трапеції. $AP = 2$ см, $PD = 4$ см. O — центр вписаного кола. За властивістю дотичних, проведених з однієї точки, одержимо: $AP = AK = 2$ см, $ND = PD = 4$ см. $OP \perp AD$, тому $AKOP$ — квадрат. $OP = OM$, тому $KBMO = AKPO$, звідки $BK = BM = AP = 2$ см. Уведемо позначення: $CM = x$ см. За властивістю дотичних, проведених з однієї точки, одержимо: $CM = CN = x$ см. Побудуємо висоту CL трапеції й отримаємо: $LD = PD - PL = (4 - x)$ см. Розглянемо прямокутний трикутник CLD ($\angle L = 90°$): $CD = ND + CN = (4 + x)$ см, $CL = 4$ см. За теоремою Піфагора маємо: $CD^2 - LD^2 = CL^2$; $(4+x)^2 - (4-x)^2 = 4^2$; $4^2 + 8x + x^2 - 4^2 + 8x - x^2 = 16$; $16x = 16$; $x = 1$. Далі маємо: $CD = 4 + 1 = 5$ (см), $BC = 2 + 1 = 3$ (см), $AB = 2 + 2 = 4$ (см), $AD = 4 + 2 = 6$ (см). $P_{ABCD} = CD + AD + AB + BC = 5 + 6 + 4 + 3 = 18$ (см).
Відповідь: 18 см.

ВАРІАНТ № 21

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2	X			
1.3			X	
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6	X			
1.7			X	
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10		X		
1.11	X			
1.12		X		

1.1. 9530. *В-дь.* **В.**

1.2. $90° \cdot \frac{2}{5} = \frac{90° \cdot 2}{5} = 36°$. *В-дь.* **А.**

1.3. $y(3) = 2 \cdot 3 - 3 = 3$. *В-дь.* **В.**

1.4. $\frac{a^2+3ab}{a^2} : \frac{a^2+6ab+9b^2}{ab} = \frac{a(a+3b)}{a^2} \cdot \frac{ab}{(a+3b)^2} = \frac{b}{a+3b}$. *В-дь.* **В.**

1.5. Рівно два корені має лише рівняння $x(x-3)=0$, це — $x_1 = 0$ і $x_2 = 3$. *В-дь.* **Г.**

1.6. $x^2 - 10x + 21 = 0$. За теоремою, оберненою до теореми Вієта, $x_1 = 3$; $x_2 = 7$. *В-дь.* **А.**

1.7. $-6x - 18 > 0$; $6x < -18$; $x < -3$; $x \in (-\infty; -3)$. *В-дь.* **В.**

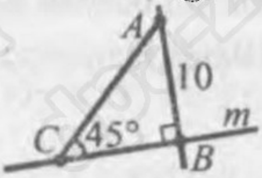
1.8. $3x^2 - 5x + 2 = 3x^2 - 7x - 2$; $2x = -4$; $x = -2$. *В-дь.* **Б.**

1.9. Нехай найменший кут чотирикутника $2x$, тоді решта кутів — $5x$, $6x$ і $7x$.
Звідси: $2x + 5x + 6x + 7x = 360°$; $20x = 360°$; $2x = 36°$.
Отже, найменший кут 36°. *В-дь.* **Г.**

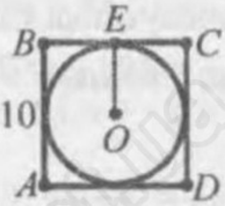
1.10. Трикутник ABC ($\angle B = 90°$) рівнобедрений. Тому $CB = AB = 10$ см. *В-дь.* **Б.**

1.11. $r = OE = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$ (см); $l = 2\pi r = 2\pi \cdot 5 = 10\pi$ (см). *В-дь.* **А.**

1.12. При симетрії точки відносно осі ординат абсциса точки змінює свій знак.
Отже, шукана точка $(-2; -4)$. *В-дь.* **Б.**



До № 1.10



До № 1.11

Частина 2

2.1 $[-2,1; -0,15]$.

2.2 $-6\sqrt{7}$.

2.3 1,15.

2.4 $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 8$.

Чернетка до частини 2

2.1. $0,6 \le \frac{3-4x}{6} \le 1,9$; $3,6 \le 3 - 4x \le 11,4$; $0,6 \le -4x \le 8,4$; $-2,1 \le x \le -0,15$;
$x \in [-2,1; -0,15]$.

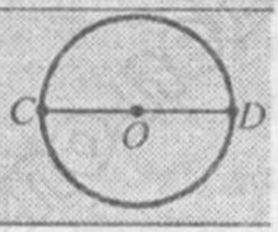
2.2. $\dfrac{\sqrt{7}+3}{\sqrt{7}-3}-\dfrac{\sqrt{7}-3}{\sqrt{7}+3}=\dfrac{\left(\sqrt{7}+3\right)^2-\left(\sqrt{7}-3\right)^2}{7-9}=\dfrac{7+6\sqrt{7}+9-7+6\sqrt{7}-9}{-2}=-6\sqrt{7}.$

2.3. $\dfrac{7a-12b}{4a}=\dfrac{7}{4}-3\cdot\dfrac{b}{a}=\dfrac{7}{4}-3\cdot\dfrac{1}{5}=1{,}75-0{,}6=1{,}15.$

2.4. $x_{\text{ср.}}=\dfrac{-3+1}{2}=-1;\;\; y_{\text{ср}}=\dfrac{3+7}{2}=5.\;\; O(-1;\,5).$

$R^2=CO^2=(-1+3)^2+(5-3)^2=8.$

$(x+1)^2+(y-5)^2=8.$



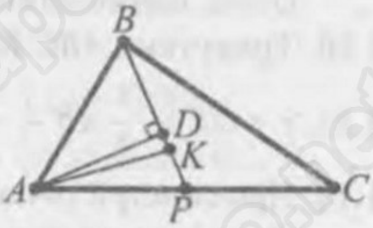
Частина 3

3.1. Абсциса вершини параболи $y=3x^2+bx+c$ дорівнює $-\dfrac{b}{2\cdot 3}=3$, звідки $b=-18$. Для ординати вершини маємо: $3\cdot 3^2-18\cdot 3+c=-2;\ -27+c=-2$. Звідси $c=25$.

Відповідь: $b=-18$; $c=25$.

3.2. $x^2+y^2-6x+4y+14=(x^2-6x+9)+(y^2+4y+4)+1=(x-3)^2+(y+2)^2+1>0$ при всіх значеннях x та y.

3.3. Трикутники ABP і AKP мають однакову висоту AD, проведену з вершини кута A, а основа BP першого трикутника у п'ять разів більша від основи PK другого трикутника. Отже, $S_{\Delta ABP}=5S_{\Delta AKP}=5\cdot 11=55$ (см^2). Трикутники ABC і ABP мають однакову висоту, проведену з вершини кута B, а основа AC першого трикутника удвічі більша від основи AP другого трикутника ($AC=2AP$). Отже, $S_{\Delta ABC}=2S_{\Delta ABP}=2\cdot 55=110$ (см^2).



Відповідь: 110 см^2.

ВАРІАНТ № 22

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2		X		
1.3			X	
1.4				X

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6			X	
1.7	X			
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10			X	
1.11		X		
1.12	X			

1.1. $5{,}003 = 5\frac{3}{1000}$. *В-дь.* **В.**

1.2. $16 : 20 = x : 5$; $x = \frac{16 \cdot 5}{20} = 4$. *В-дь.* **Б.**

1.3. $6x - 5 - (9x - 8) = 6x - 5 - 9x + 8 = -3x + 3$. *В-дь.* **В.**

1.4. $\left(\frac{1}{2}m^3\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 m^{3\cdot 4} = \frac{1}{16}m^{12}$. *В-дь.* **Г.**

1.5. $2\frac{1}{3} < -\frac{x}{3} < 3\frac{2}{3}$; $-3\frac{2}{3} < \frac{x}{3} < -2\frac{1}{3}$; $-3\frac{2}{3}\cdot 3 < \frac{x}{3}\cdot 3 < -2\frac{1}{3}\cdot 3$; $-11 < x < -7$.
Задану нерівність задовольняє лише число -10. *В-дь.* **В.**

1.6. Графіку функції $y = 3 - 4x$ належить точка $(1; -1)$, бо: $-1 = 3 - 4 \cdot 1$; $-1 = -1$. *В-дь.* **В.**

1.7. Графіком функції $y = -2x^2 - 12x + 5$ є парабола вітками вниз, найбільше її значення — у вершині. $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-12}{2\cdot(-2)} = -3$. *В-дь.* **А.**

1.8. На проміжку $(0; +\infty)$ зростає лише функція $y = -\frac{2}{x}$. *В-дь.* **Б.**

1.9. $l = 2\pi r = 2\pi \cdot 12 = 24\pi$ (см), тому $\frac{1}{3}l = \frac{1}{3}\cdot 24\pi = 8\pi$ (см). *В-дь.* **Г.**

1.10. Нехай найбільша сторона трикутника $7x$ см, тоді інші дорівнюють $6x$ см і $4x$ см.
$7x + 6x + 4x = 51$; $17x = 51$; $x = 3$ (см), звідки $7x = 7 \cdot 3 = 21$ (см). *В-дь.* **В.**

1.11. З ΔAOB ($\angle O = 90°$, $\angle A = 45°$): $R = AO = AB \cdot \sin 45° = 8\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 8$ (см). *В-дь.* **Б.**

1.12. Образом точки $A(-1; 4)$ є точка $A'(-1 + 2; 4 + (-3)) = A'(1; 1)$. *В-дь.* **А.**

До № 1.11

Частина 2

2.1	288 грн.	2.3	$\frac{x-4}{x+4}$.
2.2	3.	2.4	96 см^2.

Чернетка до частини 2

2.1. Після зниження на 10% товар став коштувати $0{,}9 \cdot 400 = 360$ (грн), а після зниження на 20% ціна склала $0{,}8 \cdot 360 = 288$ (грн).

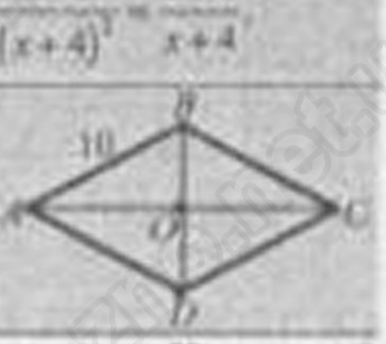
2.2. $\left(\sqrt{5}+1\right)^2-\left(2+\sqrt{5}\right)\left(4-\sqrt{5}\right)=5+2\sqrt{5}+1-8-4\sqrt{5}+2\sqrt{5}+5=3.$

2.3. $\left(\frac{-7}{x-3}+x+3\right)\cdot\frac{x-3}{x^2+8x+16}=\frac{-7+x^2-9}{x-3}\cdot\frac{x-3}{(x+4)^2}=\frac{x^2-16}{x-3}\cdot\frac{x-3}{(x+4)^2}=\frac{x-4}{x+4}.$

2.4. Нехай $AC = 12$ см, тоді $AO = 12 : 2 = 6$ (см).

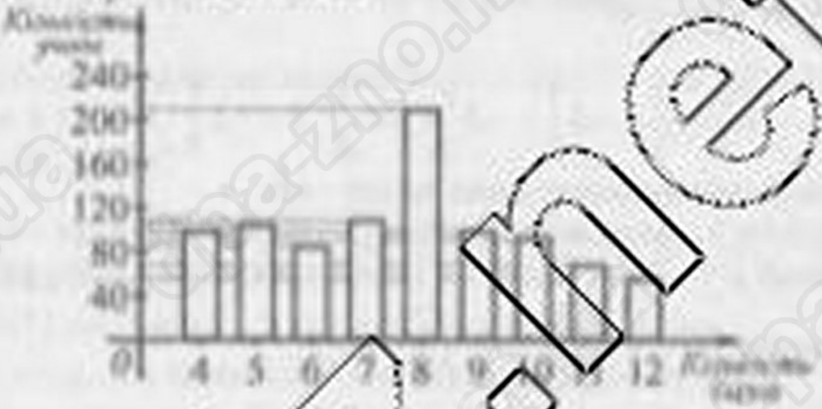
$BO=\sqrt{10^2-6^2}=8$ (см).

$S_{ромба}=2\cdot\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BO=12\cdot 8=96$ (см²).



Частина 3

3.1. Оскільки частота варіанти 8 найбільша — 209, то мода даної вибірки 8.
Гістограма даної вибірки має вигляд:



3.2. $\frac{a}{a+2}-\left(\frac{a}{a^2-4}+\frac{a}{a^2-4a+4}\right):\frac{2a}{(2-a)^2}=\frac{a}{a+2}-\left(\frac{a}{(a-2)(a+2)}+\frac{a}{(a-2)^2}\right)\cdot\frac{(a-2)^2}{2a}=$

$=\frac{a}{a+2}-\frac{a(a-2)+a(a+2)}{(a-2)^2(a+2)}\cdot\frac{(a-2)^2}{2a}=\frac{a}{a+2}-\frac{a^2-2a+a^2+2a}{2a(a+2)}=\frac{a}{a+2}-\frac{2a^2}{2a(a+2)}=$

$=\frac{a}{a+2}-\frac{a}{a+2}=0.$ *Відповідь*: 0.

3.3. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, AK — бісектриса кута A, $BK : KC = 1 : 3$; $P_{ABCD} = 50$ см, $\angle A = 60°$. $\angle 1 = \angle 2 = 30°$, бо AK — бісектриса кута A; $\angle 2 = \angle 3$, бо $AD \parallel BC$ і AK — січна. Отже, $\angle 1 = \angle 3$ і трикутник ABK рівнобедрений. Нехай $AB = BK = x$ см, тоді $KC = 3x$ см, $BC = x + 3x = 4x$ (см). Рівняння: $2(x + 4x) = 50$; $10x = 50$; $x = 5$. Отже, $AB = x = 5$ (см), $BC = 4x = 4\cdot 5 = 20$ (см). Оскільки кут A гострий, то BD — менша діагональ. За теоремою косинусів для ΔABD маємо: $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB\cdot AD\cos\angle A = 5^2 + 20^2 - 2\cdot 5\cdot 20\cdot\cos 60° = 25 + 400 - 100 = 325$, звідки

$BD=\sqrt{325}=5\sqrt{13}$ (см).

Відповідь: $5\sqrt{13}$ см.

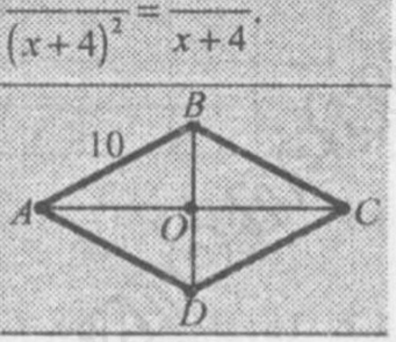
2.2. $\left(\sqrt{5}+1\right)^2-\left(2+\sqrt{5}\right)\left(4-\sqrt{5}\right)=5+2\sqrt{5}+1-8-4\sqrt{5}+2\sqrt{5}+5=3.$

2.3. $\left(-\dfrac{7}{x-3}+x+3\right)\cdot\dfrac{x-3}{x^2+8x+16}=\dfrac{-7+x^2-9}{x-3}\cdot\dfrac{x-3}{(x+4)^2}=\dfrac{x^2-16}{x-3}\cdot\dfrac{x-3}{(x+4)^2}=\dfrac{x-4}{x+4}.$

2.4. Нехай $AC=12$ см, тоді $AO=12:2=6$ (см).

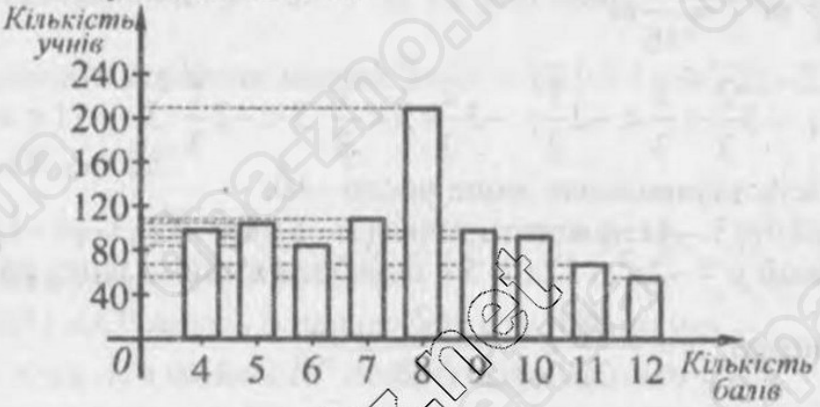
$BO=\sqrt{10^2-6^2}=8$ (см).

$S_{\text{ромба}}=2\cdot\dfrac{1}{2}\cdot AC\cdot BO=12\cdot 8=96$ (см^2).



Частина 3

3.1. Оскільки частота варіанти 8 найбільша — 209, то мода даної вибірки 8. Гістограма даної вибірки має вигляд:

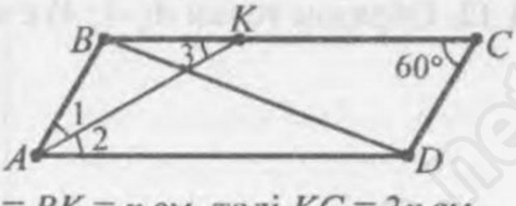


3.2. $\dfrac{a}{a+2}-\left(\dfrac{a}{a^2-4}+\dfrac{a}{a^2-4a+4}\right):\dfrac{2a}{(2-a)^2}=\dfrac{a}{a+2}-\left(\dfrac{a}{(a-2)(a+2)}+\dfrac{a}{(a-2)^2}\right)\cdot\dfrac{(a-2)^2}{2a}=$

$=\dfrac{a}{a+2}-\dfrac{a(a-2)+a(a+2)}{(a-2)^2(a+2)}\cdot\dfrac{(a-2)^2}{2a}=\dfrac{a}{a+2}-\dfrac{a^2-2a+a^2+2a}{2a(a+2)}=\dfrac{a}{a+2}-\dfrac{2a^2}{2a(a+2)}=$

$=\dfrac{a}{a+2}-\dfrac{a}{a+2}=0.$ *Відповідь:* 0.

3.3. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, AK — бісектриса кута A, $BK:KC=1:3$; $P_{ABCD}=50$ см, $\angle A=60°$. $\angle 1=\angle 2=30°$, бо AK — бісектриса кута A; $\angle 2=\angle 3$, бо $AD\parallel BC$ і AK — січна. Отже, $\angle 1=\angle 3$ і трикутник ABK рівнобедрений. Нехай $AB=BK=x$ см, тоді $KC=3x$ см, $BC=x+3x=4x$ (см). Рівняння: $2(x+4x)=50$; $10x=50$; $x=5$. Отже, $AB=x=$ $=5$ (см), $BC=4x=4\cdot 5=20$ (см). Оскільки кут A гострий, то BD — менша діагональ. За теоремою косинусів для ΔABD маємо: $BD^2=AB^2+AD^2-2AB\cdot AD\cos\angle A=$ $=5^2+20^2-2\cdot 5\cdot 20\cdot\cos 60°=25+400-100=325$, звідки



$BD=\sqrt{325}=5\sqrt{13}$ (см).

Відповідь: $5\sqrt{13}$ см.

ВАРІАНТ № 23 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2			X	
1.3				X
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6		X		
1.7	X			
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10				X
1.11				X
1.12			X	

1.1. $6-4\frac{3}{7}=5\frac{7}{7}-4\frac{3}{7}=1\frac{7-3}{7}=1\frac{4}{7}.$ *В-дь.* **Б.**

1.2. $28{,}759 \approx 28{,}76.$ *В-дь.* **В.**

1.3. $\frac{3a^2-5ab}{4ab}=\frac{a(3a-5b)}{4ab}=\frac{3a-5b}{4b}.$ *В-дь.* **Г.**

1.4. $10\sqrt{3}-0{,}5\sqrt{48}=10\sqrt{3}-0{,}5\cdot 4\sqrt{3}=10\sqrt{3}-2\sqrt{3}=8\sqrt{3}.$ *В-дь.* **В.**

1.5. $\frac{6x+6}{x-5}+\frac{4x+16}{5-x}=\frac{6x+6-4x-16}{x-5}=\frac{2x-10}{x-5}=\frac{2(x-5)}{x-5}=2.$ *В-дь.* **Б.**

1.6. $(x-2)(x+1)\ge 0;\ x\in(-\infty;\,-1]\cup[2;\,+\infty).$ *В-дь.* **Б.**

1.7. $4(x-1{,}5)=6;\ x-1{,}5=1{,}5;\ x=1{,}5+1{,}5;\ x=3.$ *В-дь.* **А.**

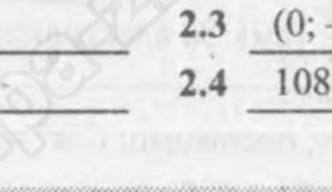
1.8. Усіх варіантів 6, не кратні 6 — 1, 2, 3, 4, 5, усього 5 варіантів. Тому $P=\frac{5}{6}.$ *В-дь.* **Г.**

1.9. $180°n-360°=150°n;\ 30°n=360°;\ n=360°:30°;\ n=12.$ *В-дь.* **Б.**

1.10. $\Delta ABC \sim \Delta BDC$, тому $\frac{CB}{AC}=\frac{CD}{CB};\ CD=\frac{CB^2}{AC};\ CD=\frac{8^2}{16}=4$ (см). *В-дь.* **Г.**

1.11. Нехай x см — інша основа трапеції. $\frac{x+11}{2}=8;\ x+11=16;\ x=5$ (см). *В-дь.* **Г.**

1.12. $|\vec{a}|=\sqrt{2^2+(-8)^2}=\sqrt{4+64}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}.$ *В-дь.* **В.**



До № 1.10

Частина 2

2.1 $[-3;\,4)$.

2.2 Так.

2.3 $(0;\,-5);\ (4;\,3)$.

2.4 108 см^2.

Чернетка до частини 2

2.1. $\begin{cases} x-\frac{x+1}{3}-\frac{x-2}{6}<2, \\ 2x-9\le 6x+3; \end{cases}$ $\begin{cases} 6x-2(x+1)-(x-2)<12, \\ 2x-9\le 6x+3; \end{cases}$ $\begin{cases} 6x-2x-2-x+2<12, \\ -4x\le 12; \end{cases}$

$\begin{cases} 3x<12, \\ x\ge -3; \end{cases}$ $\begin{cases} x<4, \\ x\ge -3; \end{cases}$ $x\in[-3;\,4)$.

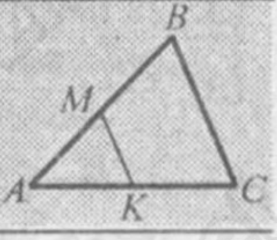
2.2. У заданій арифметичній прогресії $a_1 = 6$; $a_2 = 14$, тоді $d = 14 - 6 = 8$;
$a_n = 6 + 8(n-1)$; $a_n = 8n - 2$; $206 = 8n - 2$; $8n = 208$; $n = 26$. Отже, число 206 є 26 членом цієї прогресії.

2.3. Координати точок перетину графіків знайдемо із системи:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = 2x - 5; \end{cases} \begin{cases} x^2 + (2x-5)^2 = 25, \\ y = 2x - 5; \end{cases} \begin{cases} x^2 + 4x^2 - 20x + 25 = 25, \\ y = 2x - 5; \end{cases} \begin{cases} 5x^2 - 20x = 0, \\ y = 2x - 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x(x-4) = 0, \\ y = 2x - 5; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 0,\ x_2 = 4, \\ y = 2x - 5; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = -5; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 4, \\ y_2 = 3; \end{cases} (0; -5); (4; 3).$$

2.4. $BC : MK = 2 : 1$; $S_{\Delta ABC} : S_{\Delta AMK} = 2^2 : 1 = 4 : 1$; $S_{\Delta ABC} = 4S_{\Delta AMK} =$
$= 4 \cdot 36 = 144$ (см^2).
$S_{BMKC} = 144 - 36 = 108$ (см^2).



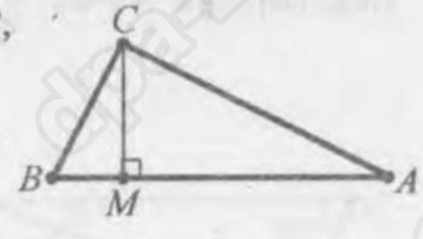
Частина 3

3.1. Розглянемо різницю $a^3 + 8 - (2a^2 + 4a) = a^3 - 2a^2 - 4a + 8 = a^2(a-2) - 4(a-2) =$
$= (a^2 - 4)(a-2) = (a-2)(a-2)(a+2) = (a-2)^2(a+2) \ge 0$, якщо $a \ge 0$.

3.2. Сума $5^2 + \dfrac{5^2}{1+5^2} + \dfrac{5^2}{\left(1+5^2\right)^2} + \ldots$ є сумою нескінченної геометричної прогресії, перший член якої дорівнює $b_1 = 5^2 = 25$, а знаменник — $q = \dfrac{1}{1+5^2} = \dfrac{1}{26}$, $|q| < 1$. Тоді

$$S = \frac{25}{1 - \frac{1}{26}} = \frac{25 \cdot 26}{25} = 26.$$

3.3. Нехай ABC — заданий прямокутний трикутник, $\angle C = 90°$, $CM \perp AB$. $S_{\Delta CMB} = 1{,}5$ см^2, $S_{\Delta AMC} = 13{,}5$ см^2. Нехай $CM = x$ см. Тоді: $S_{\Delta CMB} = \dfrac{1}{2} CM \cdot MB$, звідки $MB = \dfrac{2S_{\Delta CMB}}{CM} =$



$= \dfrac{2 \cdot 1{,}5}{x} = \dfrac{3}{x}$ (см). Аналогічно $S_{\Delta AMC} = \dfrac{1}{2} CM \cdot AM$, звідки

$AM = \dfrac{2S_{\Delta AMC}}{CM} = \dfrac{2 \cdot 13{,}5}{x} = \dfrac{27}{x}$ (см). За властивістю висоти прямокутного трикутника, опущеної на гіпотенузу, одержимо: $CM^2 = AM \cdot MB$; $x^2 = \dfrac{27}{x} \cdot \dfrac{3}{x}$; $x^4 = 81$;

$|x| = \sqrt[4]{81}$; $x_1 = -3$ — не підходить, $x_2 = 3$. Отже, $MB = 3 : x = 3 : 3 = 1$ (см),
$AM = 27 : x = 27 : 3 = 9$ (см). $AB = AM + MB = 9 + 1 = 10$ (см). З трикутника ACM:
$AC = \sqrt{AM^2 + CM^2} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$ (см). З трикутника BCM:
$BC = \sqrt{MB^2 + CM^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ (см).
Відповідь: $3\sqrt{10}$ см, $\sqrt{10}$ см, 10 см.

ВАРІАНТ № 24

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2		X		
1.3	X			
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6		X		
1.7		X		
1.8	X			

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10	X			
1.11	X			
1.12			X	

1.1. $2\frac{1}{2}:\frac{5}{7}=\frac{5}{2}\cdot\frac{7}{5}=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}$. *В-дь.* **В.**

1.2. $\frac{1}{2}$ км + 150 м = $\frac{1}{2}\cdot 1000$ м + 150 м = 500 м + 150 м = 650 м. *В-дь.* **Б.**

1.3. $(-1{,}6+3{,}6)^3=2^3=8$. *В-дь.* **А.**

1.4. $a^{-10}\cdot a^0 : a^{-5}=a^{-10+0-(-5)}=a^{-5}$. *В-дь.* **А.**

1.5. $\frac{5}{a+6}+\frac{30}{a^2+6a}=\frac{5}{a+6}+\frac{30}{a(a+6)}=\frac{5a+30}{a(a+6)}=\frac{5(a+6)}{a(a+6)}=\frac{5}{a}$. *В-дь.* **Г.**

1.6. $2x^2+6x-15=0$; $D=6^2+4\cdot 2\cdot 15>0$; $x_1+x_2=-6:2=-3$. *В-дь.* **Б.**

1.7. Якщо $a<b$, то із запропонованих нерівностей істинною є $-7a>-7b$. *В-дь.* **Б.**

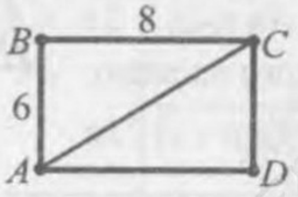
1.8. $-14=\frac{k}{2/7}$; $k=-14\cdot\frac{2}{7}=-4$. *В-дь.* **А.**

1.9. За теоремою Піфагора $AC^2=AB^2+BC^2=6^2+8^2=36+64=100$, звідки $AC=\sqrt{100}=10$ (см). *В-дь.* **Б.**

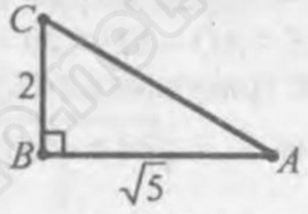
1.10. Менший кут лежить проти меншої сторони, тому $\angle A<\angle C$. За теоремою Піфагора $AC^2=AB^2+BC^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+2^2=9$. $AC=3$ см. $\cos A=\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{5}}{3}$. *В-дь.* **А.**

1.11. Вписаний кут ABC спирається на дугу AmC, тому її градусна міра $2\cdot 130°=260°$. Градусна міра дуги, на яку спирається центральний кут AOC: $360°-260°=100°$, $\angle AOC=100°$. *В-дь.* **А.**

1.12. Паралельною до осі ординат є пряма $x-1=0$. *В-дь.* **В.**



До № 1.9



До № 1.10

Частина 2

2.1 5000 грн.

2.2 $\frac{4}{9}$.

2.3 18.

2.4 35 см.

Чернетка до частини 2

2.1. Нехай вкладник поклав x грн, тоді після першого року на рахунку було $1{,}08x$ грн, а після другого — $1{,}08\cdot 1{,}08x=1{,}1664x$ (грн). $1{,}1664x=5832$; $x=5000$ (грн).

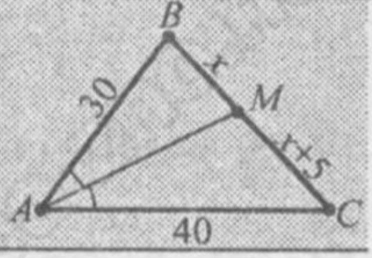
2.2. $\dfrac{6^{-10}}{9^{-4}\cdot 4^{-6}}=\dfrac{2^{-10}\cdot 3^{-10}}{3^{-8}\cdot 2^{-12}}=\dfrac{2^2}{3^2}=\dfrac{4}{9}$.

2.3. $a_1=-10{,}4$, $a_2=-9{,}8$. Отже, $d=a_2-a_1=-9{,}8-(-10{,}4)=0{,}6$. $a_n=a_1+d(n-1)$.

Якщо $a_n<0$, то $-10{,}4+0{,}6(n-1)<0$; $0{,}6n<11$; $n<18\frac{1}{3}$. Отже, є 18 від'ємних членів прогресії.

2.4. $BM=x$, $CM=x+5$. $\dfrac{AB}{BM}=\dfrac{AC}{CM}$; $\dfrac{30}{x}=\dfrac{40}{x+5}$;

$30x+150=40x$; $10x=150$; $x=15$; $BC=x+x+5=35$ (см).

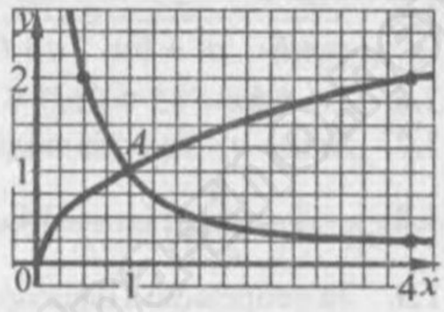


Частина 3

3.1. Графіки функцій $y=\sqrt{x}$ та $y=\dfrac{1}{x}$ зображено на рисунку. Точкою перетину даних графіків є точка $A(1;1)$.

Тому розв'язком рівняння є $x=1$.

Відповідь: 1.



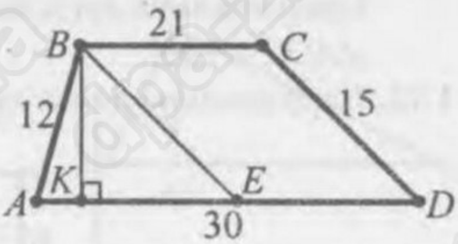
3.2. $\begin{cases}2x+2y-3xy=-12,\\2x+2y+3xy=36;\end{cases}$ $\begin{cases}2(2x+2y)=24,\\6xy=48;\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=6,\\xy=8;\end{cases}$ $\begin{cases}x=6-y,\\(6-y)y=8;\end{cases}$ $\begin{cases}x=6-y,\\y^2-6y+8=0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=6-y,\\y_1=2,\ y_2=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=4,\\y_1=2\end{cases}$ або $\begin{cases}x_2=2,\\y_2=4.\end{cases}$

Відповідь: (4; 2), (2; 4).

3.3. Нехай $ABCD$ ($AD\parallel BC$) — задана трапеція, $AD=30$ см, $BC=21$ см, $AB=12$ см, $CD=15$ см. Проведемо $BE\parallel CD$, тоді $BCDE$ — паралелограм, $BE=CD=15$ см, $ED=BC=21$ см, $AE=AD-ED=30-21=9$ (см).

Знайдемо висоту BK трикутника ABE за його площею.



За формулою Герона $S_\Delta=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, де

$p=\dfrac{12+15+9}{2}=18$ (см) маємо: $S_{\Delta ABE}=\sqrt{18(18-12)(18-15)(18-9)}=\sqrt{18\cdot 6\cdot 3\cdot 9}=$

$=\sqrt{6^2\cdot 9^2}=6\cdot 9=54$ (см²). $S_{\Delta ABE}=\dfrac{1}{2}AE\cdot BK$; $BK=2S_{\Delta ABE}:AE$; $BK=$

$=2\cdot 54:9=12$ (см). $S_{\text{тр.}}=\dfrac{AD+BC}{2}\cdot BK=\dfrac{30+21}{2}\cdot 12=306$ (см²).

Відповідь: 306 см².

ВАРІАНТ № 25 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2	X			
1.3	X			
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6			X	
1.7	X			
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10	X			
1.11		X		
1.12				X

1.1. 23 км 300 м – 9 км 600 м = 22 км 1300 м – 9 км 600 м = 13 км 700 м. *В-дь.* **В.**

1.2. Дріб $\frac{x}{5}$ неправильний, якщо $x \geq 5$, тому правильною є відповідь $x = 5$. *В-дь.* **А.**

1.3. $5\frac{2}{5}x^6 \cdot \frac{1}{9}x^2y^2 = \frac{27}{5} \cdot \frac{1}{9}x^{6+2}y^2 = \frac{3}{5}x^8y^2 = 0{,}6x^8y^2$. *В-дь.* **А.**

1.4. $\frac{2p+10}{p^2+10p+25} = \frac{2(p+5)}{(p+5)^2} = \frac{2}{p+5}$. *В-дь.* **В.**

1.5. $(\sqrt{11}+3)(\sqrt{11}-3) = (\sqrt{11})^2 - 3^2 = 11 - 9 = 2$. *В-дь.* **А.**

1.6. Областю визначення функції $y = \frac{10}{2x^2+7}$ є будь-які значення x, бо $2x^2 + 7 \neq 0$. *В-дь.* **В.**

1.7. Осі ординат належить вершина параболи $y = x^2 + 1$, бо це є парабола $y = x^2$, піднята на 1 вгору. *В-дь.* **А.**

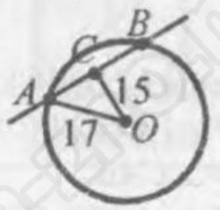
1.8. $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$; $b_4 = b_3 \cdot q = 9 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{2} = -13{,}5$. *В-дь.* **В.**

1.9. $\cup AC = 52°$, тоді $\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC = \frac{1}{2} \cdot 52° = 26°$. *В-дь.* **Б.**

1.10. $S = p \cdot r$, тому $p = \frac{S}{r} = \frac{24}{4} = 6$ (см); $P = 2p = 2 \cdot 6 = 12$ (см). *В-дь.* **А.**

1.11. $AC = \sqrt{AO^2 - CO^2} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$ (см); $AB = 2AC = 2 \cdot 8 = 16$ (см). *В-дь.* **Б.**

1.12. $\vec{m} \cdot \vec{n} = -4 \cdot 3 + 5 \cdot 2 = -12 + 10 = -2$. *В-дь.* **Г.**



До № 1.11

Частина 2

2.1 4 кг.

2.2 4.

2.3 (–10; 9).

2.4 207 см^2.

Чернетка до частини 2

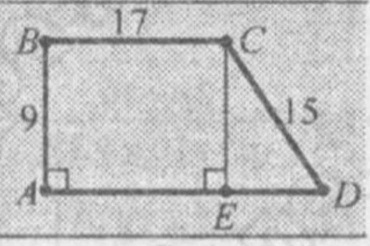
2.1. Маса солі в 60-відсотковому розчині — $0{,}6 \cdot 8 = 4{,}8$ (кг). Нехай долили x кг води, тоді маса розчину стала $(8 + x)$ (кг). Вміст солі в новому розчині: $\dfrac{4{,}8}{8+x} = 0{,}4$;

$8 + x = 4{,}8 : 0{,}4$; $8 + x = 12$; $x = 12 - 8$; $x = 4$ (кг).

2.2. $\sqrt{\left(7-\sqrt{11}\right)^2} + \sqrt{\left(3-\sqrt{11}\right)^2} = \left|7-\sqrt{11}\right| + \left|3-\sqrt{11}\right|$. Оскільки $7-\sqrt{11} > 0$; $3-\sqrt{11} < 0$, то, врахувавши означення модуля, отримаємо: $\left|7-\sqrt{11}\right| + \left|3-\sqrt{11}\right| = 7-\sqrt{11} - \left(3-\sqrt{11}\right) = 4$.

2.3. ОДЗ: $90 - x - x^2 > 0$; $x^2 + x - 90 < 0$; $(x + 10)(x - 9) < 0$; $x \in (-10; 9)$.

2.4. $CE = BA = 9$ см. $ED = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ (см).
$AD = AE + ED = 17 + 12 = 29$ (см).
$S_{ABCD} = \dfrac{17+29}{2} \cdot 9 = 207$ (см^2).

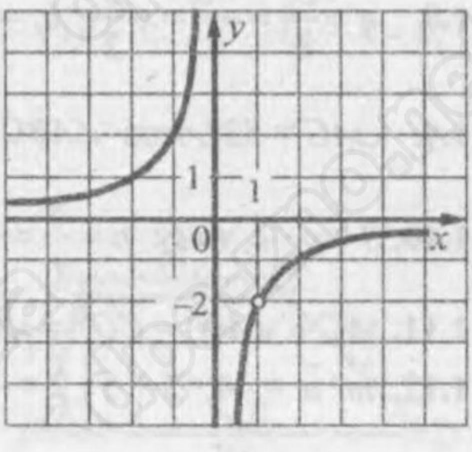


Частина 3

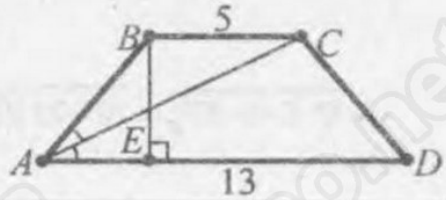
3.1. Такі числа утворюють арифметичну прогресію, у якій $a_1 = 11$, $d = 11$, $a_n = 495$. $a_n = a_1 + d(n-1)$; $495 = 11 + 11(n-1)$; $495 = 11n$; $n = 45$. $S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$, $S_n = \dfrac{11+495}{2} \cdot 45 = 11385$. *Відповідь:* 11385.

3.2. Областю визначення функції $y = \dfrac{2x^2 - 2x}{x^2 - x^3}$ є всі дійсні числа, крім чисел 0 і 1.

$y = \dfrac{2x^2 - 2x}{x^2 - x^3} = \dfrac{2x(x-1)}{-x^2(x-1)} = -\dfrac{2}{x}$. Графіком даної функції є гіпербола $y = -\dfrac{2}{x}$ без точки $(1; -2)$.



3.3. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD \| BC$), BE — її висота, AC — діагональ. Тоді $AD = 13$ см, $BC = 5$ см, $AE = (13 - 5) : 2 = 4$ (см), $\angle DAC = \angle CAB$.
$AD \| BC$ і AC — січна, тому $\angle DAC = \angle ACB$. Крім того, $\angle DAC = \angle CAB$ за умовою. Тому $\angle CAB = \angle ACB$ і трикутник ABC — рівнобедрений. Отже, $AB = BC = 5$ см. З прямокутного трикутника BEA ($\angle E = 90°$) маємо: $BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (см). Шукаємо площу трапеції: $S_{\text{тр.}} = \dfrac{1}{2}(AD + BC) \cdot BE = \dfrac{1}{2}(13 + 5) \cdot 3 = 27$ (см^2).



Відповідь: 27 см^2.

ВАРІАНТ № 26

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2			X	
1.3			X	
1.4				X

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6		X		
1.7	X			
1.8	X			

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10				X
1.11				X
1.12				X

1.1. $\frac{1}{4}^{\backslash 5}+\frac{1}{5}^{\backslash 4}=\frac{5+4}{20}=\frac{9}{20}.$ *В-дь.* **В.**

1.2. 360 км = 36 000 000 см; 36 000 000 : 10 000 000 = 3,6 (см). *В-дь.* **В.**

1.3. Через точку $C(5; 8)$, бо якщо $x = 5$, то $y = 0,8 \cdot 5 + 4 = 8$; $8 = 8$. *В-дь.* **В.**

1.4. $\frac{2x-18}{x^2-1}\cdot\frac{3x+3}{x-9}=\frac{2(x-9)\cdot 3(x+1)}{(x-1)(x+1)(x-9)}=\frac{6}{x-1}.$ *В-дь.* **Г.**

1.5. $16 < 17 < 25$; $4 < \sqrt{17} < 5$; $-5 < -\sqrt{17} < -4$. *В-дь.* **А.**

1.6. $x^2 \geq 64$; $x^2 - 64 \geq 0$; $(x-8)(x+8) \geq 0$; $x \in (-\infty; -8] \cup [8; +\infty)$. *В-дь.* **Б.**

1.7. $x^2 + 7x + 12 = 0$. $D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 1$; $x_1 = \frac{-7-1}{2} = -4$; $x_2 = \frac{-7+1}{2} - 3$. *В-дь.* **А.**

1.8. Нехай x грн — початкова ціна товару. Після першого подорожчання вона стала $1,2x$ грн, після зниження — $1,2x \cdot 0,8 = 0,96x$ (грн). $x - 0,96x = 0,04x$; $0,04x : x = 0,04 = 4\%$. *В-дь.* **А.**

1.9. Нехай x см — інша основа трапеції, тоді середня лінія дорівнює:
$\frac{x+10}{2} = 7$; $x + 10 = 14$; $x = 4$ (см). *В-дь.* **А.**

1.10. ΔOEC ($\angle E = 90°$) рівнобедрений, $OE = \frac{OC}{\sqrt{2}} = \frac{0,5AC}{\sqrt{2}} = \frac{0,5 \cdot 6\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3$ (см). *В-дь.* **Г.**

1.11. $S = \frac{1}{2}\cdot 8 \cdot 5\sin 30° = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10$ (см^2). *В-дь.* **Г.**

1.12. $\overline{BC} = \overline{(2-3; 2-(-1))} = \overline{(-1; 3)}$; $\overline{DA} = \overline{(-1-0; 4-1)} = \overline{(-1; 3)}$; $\overline{BC} = \overline{DA}$. *В-дь.* **Г.**

До № 1.10

Частина 2

2.1 –63.

2.2 (–10; 10).

2.3 (28; –10).

2.4 $\frac{3}{5}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}$.

Чернетка до частини 2

2.1. $q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{-24}{12} = -2$; $b_3 = b_1 q^2$; $b_1 = \frac{b_3}{q^2} = \frac{12}{(-2)^2} = 3$;

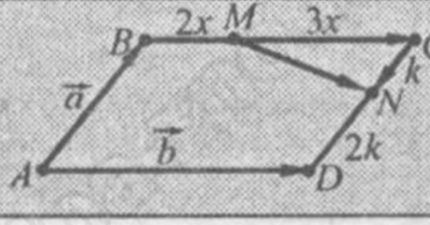
$$S_n = \frac{b_1q^n - b_1}{q-1};\quad S_6 = \frac{3\cdot(-2)^6 - 3}{-2-1} = \frac{189}{-3} = -63.$$

2.2. $x^2 + cx + 25 = 0$. Дане рівняння не має коренів, якщо його дискримінант від'ємний. $D = c^2 - 4\cdot 25 = c^2 - 100 < 0$; $(c-10)(c+10) < 0$; $c \in (-10;\ 10)$.

2.3. $\begin{cases} 3y^2 + xy = 20, \\ x + 3y = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} y(x+3y) = 20, \\ x+3y = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} -2y = 20, \\ x = -2-3y; \end{cases}$ $\begin{cases} y = -10; \\ x = 28; \end{cases}$ $(28;\ -10)$.

2.4. $\overrightarrow{MC} = \frac{3}{2+3}\overrightarrow{AD} = \frac{3}{5}\vec{b}$; $\overrightarrow{CN} = -\frac{1}{1+2}\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{3}\vec{a}$;

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CN} = \frac{3}{5}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}.$



Частина 3

3.1. Нехай робітник сам може виконати завдання за x днів ($x > 0$), а учень — за y днів ($y > 0$). Тоді за 1 день робітник виконає $\frac{1}{x}$, а учень — $\frac{1}{y}$ частину роботи. Працюючи разом, за 1 день вони виконають $\frac{1}{2}$ частину роботи. Рівняння: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$. Час, необхідний для виконання $\frac{1}{3}$ завдання робітником, дорівнює $\frac{x}{3}$ днів, а для виконання $\frac{2}{3}$ завдання учнем — $\frac{2y}{3}$ днів. Рівняння: $\frac{x}{3} + 3 = \frac{2y}{3}$. Система: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}, \\ \frac{x}{3} + 3 = \frac{2y}{3}; \end{cases}$

$\begin{cases} 2(x+y) - xy = 0, \\ x + 9 = 2y; \end{cases}$ $\begin{cases} 2(2y-9+y) - (2y-9)y = 0, \\ x = 2y-9; \end{cases}$ $\begin{cases} -2y^2 + 15y - 18 = 0, \\ x = 2y-9; \end{cases}$

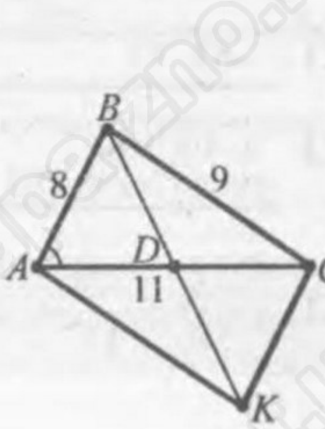
$\begin{cases} x = 2y-9, \\ y_1 = 1{,}5,\ y_2 = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -6, \\ y_1 = 1{,}5 \end{cases}$ не задовольняє умову задачі. $\begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = 6. \end{cases}$ Отже, робітник може виконати завдання за 3 дні, а учень — за 6 днів. *Відповідь*: 3 дні, 6 днів.

3.2. $a_1 = -3{,}8$; $a_2 = -3{,}5$; $d = -3{,}5 - (-3{,}8) = 0{,}3$; $a_n = -3{,}8 + 0{,}3(n-1)$;

$-3{,}8 + 0{,}3(n-1) < 0$; $0{,}3n < 4{,}1$; $n < 13\frac{2}{3}$. Отже, від'ємних членів буде 13. Тоді

$S_{13} = \frac{2\cdot(-3{,}8) + 0{,}3\cdot 12}{2}\cdot 13 = -26$. *Відповідь:* –26.

3.3. Трикутник ABC — заданий. $AB = 8$ см, $BC = 9$ см, $AC = 11$ см, BD — медіана, тому $DC = \frac{1}{2}AC$. Відкладемо на продовженні медіани BD $DK = BD$. Отримаємо паралелограм $ABCK$ (діагоналі точкою перетину діляться навпіл); $BK^2 + AC^2 = 2(AB^2 + BC^2)$; $BK^2 + 11^2 = 2(8^2 + 9^2)$; $BK^2 = 169$; $BK = 13$ (см); $BD = 0{,}5BK = 6{,}5$ (см).
Відповідь: 6,5 см.



ВАРІАНТ № 27

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2		X		
1.3				X
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6	X			
1.7			X	
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10		X		
1.11				X
1.12	X			

1.1. $t=\dfrac{S}{v}=\dfrac{30,3}{20,2}=1,5$ год = 1 год 30 хв. *В-дь.* **В.**

1.2. $100\,000\cdot\dfrac{1}{15}=6666\dfrac{2}{3}$ (грн), тобто віддали 6666 грн. *В-дь.* **Б.**

1.3. $m^2\cdot m^3\cdot(m^4)^3=m^{2+3+4\cdot3}=m^{17}$. *В-дь.* **Г.**

1.4. Якщо $b=3\sqrt{5}$, то $\dfrac{b^2}{9}=\dfrac{\left(3\sqrt{5}\right)^2}{9}=5$. *В-дь.* **Б.**

1.5. Для довільних значень x $-x^4-5<0$. *В-дь.* **А.**

1.6. $D=(-5)^2-4\cdot54\cdot(-19)=25+4\cdot54\cdot19>0$, тому рівняння має два корені. *В-дь.* **А.**

1.7. $-3<a<-1$; $-3\cdot(-5)>-5a>(-1)\cdot(-5)$; $5<-5a<15$. *В-дь.* **В.**

1.8. Нехай $3x$ кг — кількість шоколадних цукерок, тоді $5x$ кг — кількість карамельок. $3x+5x=8x$. Отже, кількість цукерок має бути кратною 8, тобто 32 цукерки. *В-дь.* **Б.**

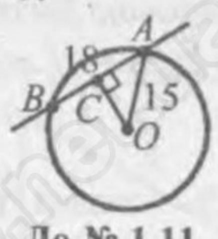
1.9. Нехай x — основа трикутника: $2\cdot20+x=58$; $40+x=58$; $x=18$ (см). *В-дь.* **Б.**

1.10. $\sin A=\dfrac{BC}{AC}$; $AC=\dfrac{BC}{\sin A}=\dfrac{4}{0,8}=5$ (см). *В-дь.* **Б.**

1.11. $OC^2=AO^2-AC^2=AO^2-\left(\dfrac{1}{2}AB\right)^2=15^2-\left(\dfrac{1}{2}\cdot18\right)^2=144$; $OC=\sqrt{144}=12$ (см). *В-дь.* **Г.**

1.12. $(x-2)^2+(y-(-1))^2=3^2$; $(x-2)^2+(y+1)^2=9$. *В-дь.* **А.**

До № 1.10



До № 1.11

Частина 2

2.1 $2\dfrac{1}{3}$.

2.2 7.

2.3 $\varnothing$.

2.4 294 см^2.

Чернетка до частини 2

2.1. Оскільки число –3 є коренем, то воно задовольняє рівняння: $3\cdot(-3)^2+2\cdot(-3)+c=0$.

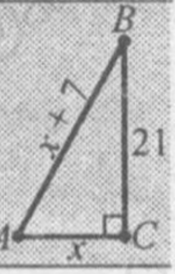
$27-6+c=0$; $c=-21$. Рівняння: $3x^2+2x-21=0$; $(x+3)(3x-7)=0$; $x_1=-3$, $x_2=2\dfrac{1}{3}$.

2.2. Використавши формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$, одержимо: $b_1 q^4 = 112$; $b_1 \cdot 2^4 = 112$; $b_1 = 7$.

2.3. $\dfrac{x}{x+2} - \dfrac{x+2}{x-2} = \dfrac{8}{x^2-4}$; $\dfrac{x(x-2)-(x+2)^2-8}{(x+2)(x-2)} = 0$; $\dfrac{x^2-2x-x^2-4x-4-8}{(x+2)(x-2)} = 0$;

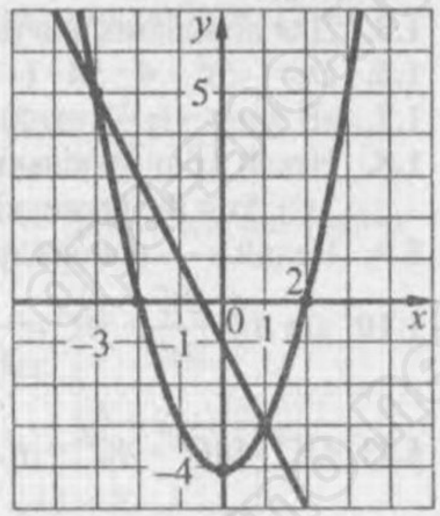
$\dfrac{-6x-12}{(x+2)(x-2)} = 0$; $\begin{cases} 6x+12=0, \\ x \neq -2, \\ x \neq 2; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-2, \\ x \neq -2, \\ x \neq 2; \end{cases}$ $x \in \varnothing$.

2.4. $AC^2 + CB^2 = AB^2$; $x^2 + 21^2 = (x+7)^2$;
$x^2 + 441 = x^2 + 14x + 49$; $14x = 392$; $x = 28$ (см).
$S = \dfrac{1}{2} AC \cdot BC$; $S = \dfrac{1}{2} \cdot 28 \cdot 21 = 294$ (см^2).



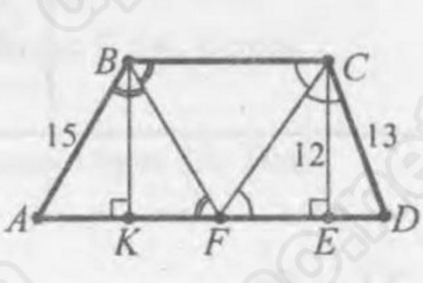
Частина 3

3.1. $\begin{cases} x^2-y-4=0, \\ 2x+y+1=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=x^2-4, \\ y=-2x-1. \end{cases}$ Графіком функції $y = x^2 - 4$ є парабола, утворена з параболи $y = x^2$ переміщенням на 4 одиниці вниз. Графіком функції $y = -2x - 1$ є пряма, яка проходить через точки $(1; -3)$ і $(-1; 1)$. Графіки перетинаються в точках $(-3; 5)$ і $(1; -3)$.
Відповідь: $(-3; 5)$; $(1; -3)$.



3.2. $x^2 + 5x - 13 = 0$. За теоремою Вієта ($D > 0$) $x_1 + x_2 = -5$; $x_1 x_2 = -13$. Тоді:
$(x_1 + x_2)^2 = (-5)^2$; $x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = 25$; $x_1^2 + x_2^2 = 25 - 2x_1x_2 = 25 - 2 \cdot (-13) =$
$= 25 + 26 = 51$.
Відповідь: 51.

3.3. Нехай $ABCD$ ($AD \parallel BC$) — задана трапеція, CE та BK — її висоти, $F \in AD$ — точка перетину бісектрис BF та CF. $\angle CBF = \angle AFB$ і $\angle BCF = \angle CFD$, бо $BC \parallel AD$, а BF і CF — січні. Трикутники FAB і CFD — рівнобедрені і $AB = AF$, $CD = FD$. Звідси $AD = AF + FD = 15 + 13 =$ $= 28$ (см). З прямокутного трикутника AKB ($\angle K = 90°$) за теоремою Піфагора маємо: $AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ (см). З прямокутного трикутника CED ($\angle E = 90°$) за теоремою Піфагора маємо:
$ED = \sqrt{CD^2 - CE^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ (см).



Отже, $S_{тр.} = \dfrac{BC + AD}{2} \cdot CE = \dfrac{KE + AD}{2} \cdot CE = \dfrac{(28-9-5)+28}{2} \cdot 12 = 252$ (см^2).
Відповідь: 252 см^2.

ВАРІАНТ № 28 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2			X	
1.3	X			
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6				X
1.7		X		
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10	X			
1.11		X		
1.12		X		

1.1. $\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}.$ *В-дь.* **Б.**

1.2. 35 год 17 хв – 15 год 35 хв = 34 год 77 хв – 15 год 35 хв = 19 год 42 хв. *В-дь.* **В.**

1.3. $\sqrt{16b}-0,5\sqrt{36b}=4\sqrt{b}-0,5\cdot 6\sqrt{b}=4\sqrt{b}-3\sqrt{b}=\sqrt{b}.$ *В-дь.* **А.**

1.4. $0,2^5:25^{-2}=\left(\frac{1}{5}\right)^5\cdot 25^2=\frac{1}{5^5}\cdot 5^4=\frac{1}{5}=0,2.$ *В-дь.* **А.**

1.5. $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{5}}=\sqrt{3}-1.$ *В-дь.* **Г.**

1.6. $\begin{cases}x-1=0,\\ x^2-1\neq 0;\end{cases}\ \begin{cases}x=1,\\ x\neq 1,\ x\neq -1;\end{cases}\ x\in\varnothing.$ *В-дь.* **Г.**

1.7. $(x+5)(x-3)\geq 0;\ x\in(-\infty;-5]\cup[3;+\infty).$ *В-дь.* **Б.**

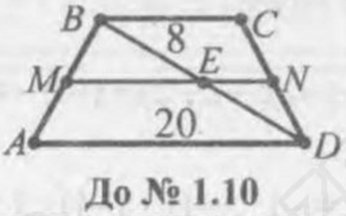
1.8. Найбільше значення параболи $y=-x^2-3$ дорівнює –3, а область значень даної функції $(-\infty;-3]$. *В-дь.* **В.**

1.9. Внутрішній односторонній кут до кута 55° дорівнює 180° – 55° = 125°. *В-дь.* **А.**

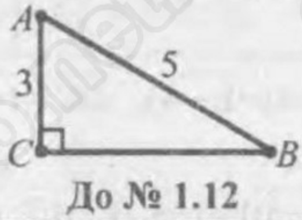
1.10. ME — середня лінія ΔABD, $ME=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\cdot 20=10$ (см); EN — середня лінія ΔBDC, $EN=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\cdot 8=4$ (см). *В-дь.* **А.**

1.11. $\vec{a}+\vec{b}=(3+(-2);-4+1)=(1;-3).$ *В-дь.* **Б.**

1.12. $CB=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (дм); $P=AB+BC+CA=5+4+3=12$ (дм). *В-дь.* **Б.**



До № 1.10



До № 1.12

Частина 2

2.1 $\left(3;-\frac{1}{3}\right);\ (7;1).$

2.2 $[-4;+\infty).$

2.3 $\frac{2}{3}.$

2.4 16π см.

Чернетка до частини 2

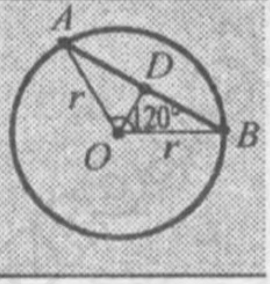
2.1. $\begin{cases}x-3y=4,\\ y(x-6)=1;\end{cases}\ \begin{cases}x=4+3y,\\ y(4+3y-6)=1;\end{cases}\ \begin{cases}x=4+3y,\\ y(3y-2)=1;\end{cases}\ \begin{cases}x=4+3y,\\ 3y^2-2y-1=0;\end{cases}\ \begin{cases}x=4+3y,\\ y_1=-\frac{1}{3};\ y_2=1;\end{cases}$

$$\begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = -\dfrac{1}{3} \end{cases} \text{або} \begin{cases} x_1 = 7, \\ y_1 = 1. \end{cases} \left(3; -\frac{1}{3}\right); (7; 1).$$

2.2. $\begin{cases} (x+4)(x-3)-x(x+8) \le 16, \\ \dfrac{x+1}{6} - x \le 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-3x+4x-12-x^2-8x \le 16, \\ x+1-6x \le 36; \end{cases}$ $\begin{cases} -7x \le 28, \\ -5x \le 35; \end{cases}$ $\begin{cases} x \ge -4, \\ x \ge -7; \end{cases}$ $x \in [-4; +\infty)$.

2.3. Усіх можливих способів вибору двох карток з чотирьох є 6. Різниця двох чисел буде непарною, якщо лише одне з чисел різниці є непарним. Таких пар буде 4 — 12 і 7, 14 і 7, 12 і 9, 14 і 9. Отже, ймовірність того, що різниця чисел, записаних на двох навмання вийнятих картах, є непарним числом, дорівнює $\dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.

2.4. ΔAOB — рівнобедрений. З ΔAOD ($\angle D = 90°$): $\sin \angle AOD = \dfrac{AD}{AO}$;



$AO = \dfrac{AD}{\sin 60°} = \dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}/2} = 8$ (см). $r = 8$ см.

$l = 2\pi r = 2\pi \cdot 8 = 16\pi$ (см).

Частина 3

3.1. $(x + 5)(x^2 - 5x + 25) - (x^2 - 10)(x - 1) - 61 = x^3 + 125 - x^3 + 10x + x^2 - 10 - 61 =$ $= x^2 + 10x + 54 = (x + 5)^2 + 29$. Даний вираз набуває найменшого значення, коли $x + 5 = 0$, тобто $x = -5$. Це значення дорівнює 29. *Відповідь*: 29.

3.2. $\begin{cases} 5x + 3xy = -4, \\ y - 3xy = -7; \end{cases}$ $\begin{cases} 5x + y = -11, \\ y - 3xy = -7; \end{cases}$ $\begin{cases} y = -11 - 5x, \\ -11 - 5x - 3x(-11 - 5x) = -7; \end{cases}$ $\begin{cases} y = -11 - 5x, \\ 15x^2 + 28x - 4 = 0; \end{cases}$

$\begin{cases} y = -11 - 5x, \\ x_1 = -2; x_2 = \dfrac{2}{15}. \end{cases}$ Отже: $\begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = -1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 = \dfrac{2}{15}; \\ y_2 = -11\dfrac{2}{3}. \end{cases}$ *Відповідь*: $(-2; -1); \left(\dfrac{2}{15}; -11\dfrac{2}{3}\right)$.

3.3. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{(1-2; -3-1)} = \overrightarrow{(-1; -4)}$; $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{(-3-(-2); -2-2)} = \overrightarrow{(-1; -4)}$. Оскільки $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, то $AB = CD$ і $AB \parallel CD$.

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{(-3-1; -2-(-3))} = \overrightarrow{(-4; 1)}$; $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -1 \cdot (-4) + (-4) \cdot 1 = 0$. Отже, точки A, B і C не лежать на одній прямій і $AB \perp BC$. Для чотирикутника $ABCD$ маємо: $AB = CD$, $AB \parallel CD$, $AB \perp BC$. Значить, він є прямокутником.

ВАРІАНТ № 29

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2	X			
1.3		X		
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6		X		
1.7				X
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10				X
1.11		X		
1.12		X		

1.1. Нехай x — задумане число. $3x + 5 = 56$; $3x = 51$; $x = 17$. *В-дь.* **Б.**

1.2. Якщо $a = -0{,}6$, $b = 1$, то: $a + 2b = -0{,}6 + 2 \cdot 1 = 1{,}4$. *В-дь.* **А.**

1.3. Якщо $x = 20$, $y = -2$, то $\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y = \frac{1}{3}(x + y) = \frac{1}{3}(20 + (-2)) = \frac{1}{3} \cdot 18 = 6$. *В-дь.* **Б.**

1.4. $(3 - a)^2 - a(a + 1) = 9 - 6a + a^2 - a^2 - a = -7a + 9$. *В-дь.* **А.**

1.5. $\left(\frac{2a^2}{c^3}\right)^{-5} = \left(\frac{c^3}{2a^2}\right)^5 = \frac{c^{15}}{32a^{10}}$. *В-дь.* **Б.**

1.6. $1 - 2(x - 1) = x + 3$; $1 - 2x + 2 = x + 3$; $3x = 0$; $x = 0$. *В-дь.* **Б.**

1.7. Якщо $1{,}5 < x < 3$, то $3 < 2x < 6$. Якщо $3 < y < 5$, то $-5 < -y < -3$.
Тоді $3 - 5 < 2x - y < 6 - 3$; $-2 < 2x - y < 3$. *В-дь.* **Г.**

1.8. Серед 36 чисел кратними 8 є: 8, 16, 24, 32, усього 4 числа. Тому $P = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$. *В-дь.* **Б.**

1.9. $r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{10}{2} = 5$ (см); $r_2 = \frac{d_2}{2} = \frac{20}{2} = 10$ (см). $r_1 + r_2 = 5 + 10 = 15$ (см),
тому кола дотикаються. *В-дь.* **Г.**

1.10. $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 120° = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$ (см^2). *В-дь.* **Г.**

1.11. $\angle C = 180° - (\angle A + \angle B) = 180° - (70° + 50°) = 60°$.
$R = \frac{AB}{2\sin C} = \frac{12}{2\sin 60°} = \frac{6}{\sqrt{3}/2} = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$ (см). *В-дь.* **Б.**

1.12. $\vec{c} = -3 \cdot \overline{(1; -1)} + 2 \cdot \overline{(-2; 3)} = \overline{(-3; 3)} + \overline{(-4; 6)} = \overline{(-7; 9)}$. *В-дь.* **Б.**

Частина 2

2.1	(2; –32].	2.3	$\frac{1}{3}$.
2.2	12.	2.4	32,5 см^2.

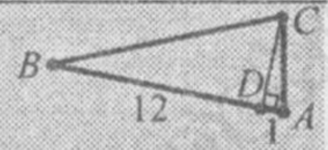
Чернетка до частини 2

2.1. $\begin{cases} 2x - \frac{2x-4}{3} > 4, \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{8} \le 12; \end{cases}$ $\begin{cases} 6x - 2x + 4 > 12, \\ 4x - x \le 96; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x > 8, \\ 3x \le 96; \end{cases}$ $\begin{cases} x > 2, \\ x \le 32; \end{cases}$ $x \in (2; -32]$.

2.2. $x^2 + 6x - 14 = 0$; $D = 36 + 4 \cdot 14 > 0$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = -6$; $x_1 \cdot x_2 = -14$.
Тоді $5x_1 + 5x_2 - 3x_1x_2 = 5(x_1 + x_2) - 3x_1x_2 = 5 \cdot (-6) - 3 \cdot (-14) = -30 + 42 = 12$.

2.3. Усього можливих позицій розміщення зеленого прапорця є 3, а випадків, коли зелений прапорець буде розміщений між синіми, — 1. Отже, ймовірність того, що зелений прапорець буде розміщений між синіми, дорівнює $P=\dfrac{1}{3}$.

2.4. $BC = AB = 1 + 12 = 13$ (см). З прямокутного ΔCDB:



$CD=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$ (см).

$S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB\cdot CD=\dfrac{1}{2}\cdot 13\cdot 5=32{,}5$ (см^2).

Частина 3

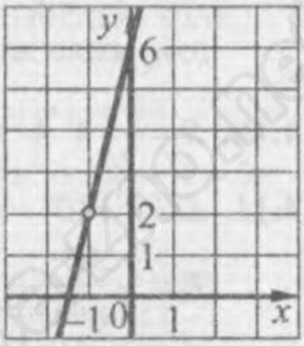
3.1. Нехай ціна ручки x грн, тоді купили $\dfrac{180}{x}$ ручок. Якби ціна ручки була $(x-3)$ грн, то ручок купили б $\dfrac{180}{x-3}$ і їх кількість була б на 3 більше від $\dfrac{180}{x}$. Рівняння:

$$\frac{180}{x-3}-\frac{180}{x}=3;\quad \frac{60}{x-3}-\frac{60}{x}=1;\quad \frac{60x-60(x-3)-x(x-3)}{x(x-3)}=0;\quad \frac{x^2-3x-180}{x(x-3)}=0;$$

$\begin{cases}x^2-3x-180=0,\\ x\neq 0,\ x\neq 3;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-12,\ x_2=15,\\ x\neq 0,\ x\neq 3.\end{cases}$ $x=-12$ не задовольняє умову задачі. Отже, вартість ручки дорівнює 15 грн.

Відповідь: 15 грн.

3.2. Областю визначення функції є всі дійсні числа, крім -1.

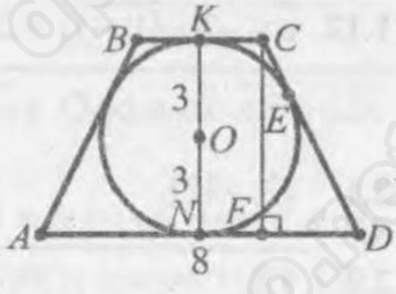


$$y=\frac{5x^2+10x+5}{x+1}-\frac{x^2-1}{x+1}=\frac{5(x^2+2x+1)}{x+1}-\frac{x^2-1}{x+1}=$$

$$=\frac{5(x+1)^2}{x+1}-\frac{(x-1)(x+1)}{x+1}=5(x+1)-(x-1)=4x+6.$$

Графік функції зображено на рисунку. Це пряма $y = 4x + 6$ без точки $(-1; 2)$.

3.3. Нехай $ABCD$ ($AD\|BC$) — задана рівнобічна трапеція, у яку вписано коло з центром O і радіусом $ON = OK = 3$ см; E — точка дотику кола до бічної сторони CD; KN — діаметр вписаного кола та висота трапеції, $KN = 2ON = 2\cdot 3 = 6$ (см). Нехай $CK = x$ см.



За властивістю дотичних, проведених з однієї точки, одержимо: $CE = CK = x$ см, $DN = DE = 8 : 2 = 4$ (см). Побудуємо висоту CF трапеції й отримаємо: $FD = DN - KC = (4 - x)$ см. Розглянемо прямокутний трикутник CFD ($\angle F = 90°$): $CF = KN = 6$ см; $FD = (4 - x)$ см; $CD = (4 + x)$ см. За теоремою Піфагора маємо: $CD^2 - FD^2 = CF^2$; $(4 + x)^2 - (4 - x)^2 = 6^2$; $4^2 + 8x + x^2 - 4^2 + 8x - x^2 = 36$; $16x = 36$; $x = 2{,}25$.

$BC = 2CK = 2x = 2\cdot 2{,}25 = 4{,}5$ (см). $S_{тр.}=\dfrac{1}{2}(4{,}5+8)\cdot 6=37{,}5$ (см^2).

Відповідь: 37,5 см^2.

ВАРІАНТ № 30

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1				Х
1.2		Х		
1.3				Х
1.4	Х			

	А	Б	В	Г
1.5	Х			
1.6				Х
1.7		Х		
1.8				Х

	А	Б	В	Г
1.9	Х			
1.10	Х			
1.11	Х			
1.12				Х

1.1. Якщо $a = 0,3$, $b = 0,02$, то $5a + 100b = 5 \cdot 0,3 + 100 \cdot 0,02 = 1,5 + 2 = 3,5$. *В-дь.* **Г.**

1.2. Літр — одиниця вимірювання об'єму. *В-дь.* **Б.**

1.3. $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$. *В-дь.* **Г.**

1.4. $\frac{a}{ab-b^2} - \frac{b}{a^2-ab} = \frac{a}{b(a-b)} - \frac{b}{a(a-b)} = \frac{a^2-b^2}{ab(a-b)} = \frac{(a-b)(a+b)}{ab(a-b)} = \frac{a+b}{ab}$. *В-дь.* **А.**

1.5. $6\sqrt{18} - 4\sqrt{8} = 6 \cdot 3\sqrt{2} - 4 \cdot 2\sqrt{2} = 18\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$. *В-дь.* **А.**

1.6. $2x^2 - 7x - 12 = 0$; $D = 7^2 + 4 \cdot 2 \cdot 12 > 0$.
За теоремою Вієта $x_1 \cdot x_2 = -12 : 2 = -6$. *В-дь.* **Г.**

1.7. $\sqrt{x} > 2$; $x > 4$; $x \in (4; +\infty)$. *В-дь.* **Б.**

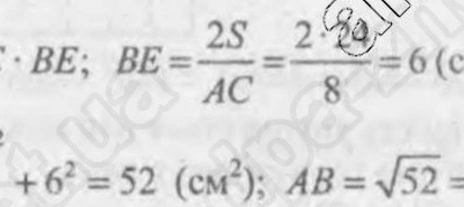
1.8. Арифметичною прогресією є послідовність 21; 19; 17; 15,
бо $19 - 21 = 17 - 19 = 15 - 17$. *В-дь.* **Г.**

1.9. AC — бісектриса кута A, тому $\angle CAB = 120° : 2 = 60°$. $AB = BC$, тому трикутник ABC — рівнобедрений. Отже, $\angle ACB = \angle CAB = 60°$. Тому ΔABC рівносторонній. *В-дь.* **А.**

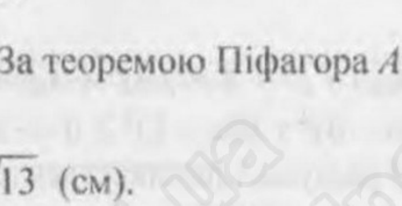
1.10. Центральний кут $\beta = \frac{360°}{n}$, звідки $n = \frac{360°}{30°} = 12$. *В-дь.* **А.**

1.11. $S = \frac{1}{2} AC \cdot BE$; $BE = \frac{2S}{AC} = \frac{2 \cdot 24}{8} = 6$ (см). За теоремою Піфагора $AB^2 = AE^2 + BE^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot 8\right)^2 + 6^2 = 52$ (см²); $AB = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ (см). *В-дь.* **А.**

1.12. $x_C = \frac{x_A + x_B}{2}$, звідки $x_B = 2x_C - x_A = 2 \cdot 2 - (-6) = 10$; $y_C = \frac{y_A + y_B}{2}$, звідки $y_B = 2y_C - y_A = 2 \cdot (-6) - (-4) = -8$. $C(10; -8)$. *В-дь.* **Г.**



До № 1.9



До № 1.11

Частина 2

2.1 1200 грн.

2.2 $-\frac{2\sqrt{7}}{3}$.

2.3 12.

2.4 24,8 см.

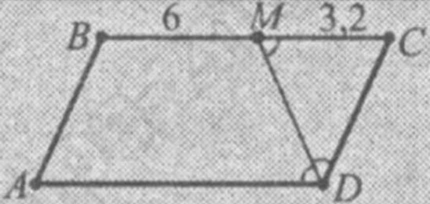
Чернетка до частини 2

2.1. Нехай початкова ціна пальто x грн. Після першого зниження ціна стала $0,85x$ грн, після другого — $0,85x \cdot 0,9 = 0,765x$ грн. Отже, $0,765x = 918$; $x = 1200$ (грн).

2.2. $\frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}+1} - \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-1} = \frac{\left(\sqrt{7}-1\right)^2 - \left(\sqrt{7}+1\right)^2}{\left(\sqrt{7}+1\right)\left(\sqrt{7}-1\right)} = \frac{7-2\sqrt{7}+1-7-2\sqrt{7}-1}{7-1} = \frac{-4\sqrt{7}}{6} = -\frac{2\sqrt{7}}{3}$.

2.3. Різниця прогресії $d = 5,3 - 4,7 = 0,6$, загальний член прогресії $a_n = 4,7 + 0,6(n-1) = 0,6n + 4,1$. Знайдемо, при якому n $a_n = 11,3$: $0,6n + 4,1 = 11,3$; $0,6n = 7,2$; $n = 12$.

2.4. $\angle ADM = \angle MDC$, $\angle ADM = \angle DMC$ як внутрішні різносторонні кути при перетині паралельних прямих AD і BC січною DM. Отже, $\angle MDC = \angle CMD$ і ΔDCM — рівнобедрений, $CD = CM = 3,2$ см.
$BC = BM + MC = 6 + 3,2 = 9,2$ (см).
$P = 2(CD + BC) = 2(3,2 + 9,2) = 24,8$ (см).

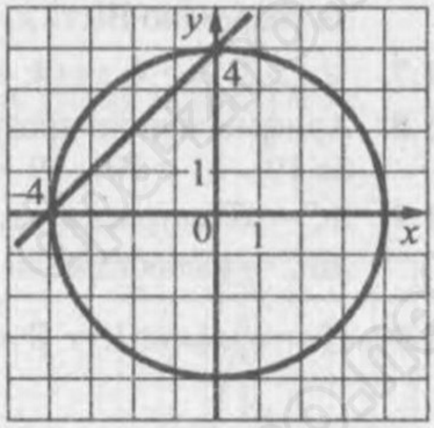


Частина 3

3.1. $x^2 + y^2 = 16$ — рівняння кола з центром $O(0; 0)$ радіуса 4, $x - y = -4$ — рівняння прямої $y = x + 4$, яка проходить через точки $(0; 4)$ і $(-4; 0)$. Координати точок перетину графіків є розв'язками системи $\begin{cases} x^2+y^2=16, \\ x-y=-4; \end{cases}$

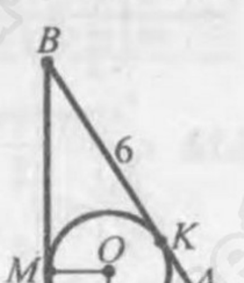
$(-4; 0)$, $(0; 4)$.

Відповідь: $(-4; 0)$, $(0; 4)$.



3.2. $40a^2 - 12a - 4ab + b^2 + 1 = 36a^2 + 4a^2 - 12a - 4ab + b^2 + 1 = (4a^2 - 4ab + b^2) + 36a^2 - 12a + 1 = (2a-b)^2 + (6a-1)^2 \geq 0$ — нерівність виконується для всіх значень a і b.

3.3. Нехай коло O радіуса x дотикається до катетів трикутника в точках M і N. Оскільки $OMCN$ — квадрат, то $CM = CN = x$ см. За властивістю дотичних, проведених з однієї точки, одержимо:
$AN = AK = 4$ см, $BM = BK = 6$ см. Розглянемо прямокутний трикутник ABC. У ньому: $AB = 4 + 6 = 10$ (см), $AC = (4 + x)$ см, $BC = (6 + x)$ см. За теоремою Піфагора маємо: $AC^2 + BC^2 = AB^2$;
$(4 + x)^2 + (6 + x)^2 = 10^2$; $2x^2 + 20x + 52 = 100$; $x^2 + 10x - 24 = 0$;
$x_1 = -12$ — не підходить; $x_2 = 2$. Звідки $AC = 4 + x = 4 + 2 = 6$ (см),
$BC = 6 + x = 6 + 2 = 8$ (см). Тоді $S = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ (см^2).



Відповідь: 24 см^2.