***Відділ освіти виконкому Жовтоводської міської ради***

***Комунальний заклад освіти***

***ліцей природничо-наукового навчання***

***Готуємося до ЗНО***

***«Система рівнянь з параметром»***



**Розробники:**

***Вайман В.Л.- вчитель математики***

***Вайман Р.А.-вчитель математики***

**м.Жовті Води**

**2013 рік**

Завдання цієї статті зорієнтовані на учнів 9-11 класів і вибрані з підручників «Алгебра. 9 клас», «Алгебра і початки аналізу. 11 клас.».

Завдання підібрані так, щоб дати можливість учням самостійно готуватися до ЗНО.

Завдання з параметром є дослідження – як теоретичного, так і практичного характеру, - складається з розв’язання окремих задач, і ці задачі не зводяться до простого використання відомих алгоритмів, а вимагають творчої роботи думки, кмітливості.

Ось чому підбір завдань зроблено за системою: від простого до складного.

Матеріали статті можуть бути використані на факультативі та в курсах за вибором.

**9.1**. Скільки розв’язків залежно від значень параметра а має система рівнянь:



***Розв’язання:***

**А)**В одній системі координат ХОУ побудуємо графіки функцій:



З Рис.1 маємо:

якщо а<0, то система (а) немає розв’язків;

якщо а=0, то система має один розв’язок;

якщо а >0, то має два розв’язки.

**Б)** В одній системі координат ХОУ побудуємо графіки функцій:



З Рис.2 маємо:

якщо а<1 або , то система немає розв’язків;

якщо а=1 або , то система має чотири розв’язки;

якщо , то система має вісім розв’язків.

**В)** Побудуємо в координатній площині ХОУ графіки рівнянь:

.

Дізнаємося кількість розв’язків системи в залежності від параметра а :

Причому Д=0, якщо  і система має два розв’язки.

З Рис.3 маємо:

якщо або , то система немає розв’язків;

якщо або , то система має два розв’язки;

якщо а=2, то система має один розв’язок;

 якщо , то має три розв’язки;

якщо , то система має чотири розв’язки.

**Г)** Побудуємо в координатній площині ХОУ графіки рівняння:

.

З Рис.4 маємо:

якщо або , то система немає розв’язків;

якщо  або а=1, то має чотири розв’язки;

якщо , то система має вісім розв’язків.

**9.2.** Знайдіть значення параметра а , при яких система рівнянь  має єдиний розв’язок.

***Розв’язання:***

Система рівнянь має єдиний розв’язок, якщо .

Розв’яжемо рівняння:



Розв’яжемо рівняння:



Отже, система має один розв’язок при всіх а є R, 

**9.3.** При яких значеннях параметра а система рівнянь  має безліч розв’язків?

***Розв’язання:***

Система рівнянь має безліч розв’язків, якщо 

Розв’яжемо рівняння:



Звідси а=8 не задовольняє умову.

Отже, а=-7.

***Відповідь:*** а=-7.

**9.4**. Визначте, при яких значеннях параметра а система рівнянь  має рівно два розв’язки.

***Розв’язання:***

В одній системі координат ХОУ побудуємо графік рівняння  та схематичний графік рівняння .

Рівняння  запишемо так: 

Система рівнянь має два розв’язки, якщо ці дві прямі є дотичними до кола  (див.рис.5)

З рівняння  маємо:. Звідси . Оскільки це рівняння кола, то . У 

***Відповідь:*** 

Другий спосіб розв’язання системи з параметром:

 має рівно два розв’язки.

***Розв’язання:***

Нехай - розв’язок системи рівнянь, тоді  є теж розв’язками системи.

Розв’язки  різні бо  не задовольняють друге рівняння системи;

Розв’язки різні, бо інакше , що не задовольняє рівняння . За умовою система має два розв’язки, якщо розв’язки збігаються, тобто .

Якщо х=у, то . Тоді пари розв’язків такі:  . Знайдемо при яких а виконується рівняння



***Відповідь:*** .

**9.5.** Знайдіть найменше значення параметра с, при якому система рівнянь  має єдиний розв’язок.

***Розв’язання:***

В прямокутній системі координат ХОУ побудуємо графік функції  і схематичний графік рівняння: 

Графіком функції  є два промені, які виходять з точки (0;-4) і проходять через точки ( рис.6)

Графіком рівняння  є множина кіл з центрами  і радіуси яких дорівнюють 1.

Оскільки система має лише один розв’язок, то цій умові можуть задовольняти кола з центрами , які дотикаються до променів МА і МВ.

І оскільки с – найменше, тоді цій умові задовольняє коло з центром .



- симетричні відносно прямої ОУ.

***Відповідь:*** 

**9.6**. Знайдіть усі значення параметра а при кожному з яких система рівнянь  має рівно два розв’язки.

***Розв’язання:***

Скористаємось геометричною інтерпретацією: розглянемо взаємне розміщення графіків функції .

З рисунка 7 маємо: система має два розв’язки, якщо 1<a<5 або якщо графік функції  дотикається до кола.

Дізнаємося при яких значеннях а це можливо.

Оскільки ОМ=ОР+РМ, тоді з ΔРКМ знайдемо чому дорівнює РМ:

.

Отже, система рівнянь має рівно два розв’язки при 

**9.7**. Знайдіть усі значення параметра а, при кожному з яких система рівнянь: має єдиний розв’язок.

***Розв’язання:***

Запишемо рівняння (1) у вигляді рівняння кола:



Координати центра (0;-4), 

Запишемо рівняння(2) у вигляді рівняння кола:



Система матиме єдиний розв’язок, якщо ці два кола будуть дотикатися зовнішньо або внутрішньо.

Скористаємося геометричною інтерпретацією:



***Відповідь:*** при а=-8, або а=-6,або а=2, або а=4.

***Список використаної літератури:***

1. Коровкин П.П. Неравенства.-М:Наука, 1996.
2. Кушнир И.А. Неравенства. Задачи и решения. – К.: Астарта 1996.
3. Матеріали вступних іспитів з математики до Вузів України (1980-2007р.р.).
4. Панферов В.С., Сергеев И.Н. Отличники ЕГЭ. Математика. 2010.
5. Патрусевич М.Я., Рушник С.Е., Столбов Н.М. ЕГЭ – 2011. Математики задачи с-6.
6. Сарана О.А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч. К:А.С.К.
7. ФИПИ. ЕГЭ-2012-2011-2012-2013. Математика. Самые новые реальные задания.
8. Шарова Л.И. Уравнение и неравенства. К: Высшая школа.1981.
9. Ященко И.В., Шестаков С.А. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2011-2012-2013 годах. Методические указания.