

- Половина першого числа дорівнює третині другого, третина другого – четвертині третього, четвертина третього – п'ятій частині четвертого, а сума цих чисел дорівнює 2016. Знайдіть ці числа.
- Квадрат зі стороною 1 м поділили на 4 рівні частини, а потім провели діагональ (див. рис.). Знайдіть площу зафарбованої частини.
- Відомо, що число $*46*$ ділиться на 36 і всі його цифри різні. Знайдіть це число.
- Батькові стільки ж років, як синаві і його доньці разом. Син удвічі старший за свою доньку і на 20 років молодший батька. Скільки років батькові?
- Половина пасажирів, що зайшли у трамвай на кінцевій зупинці, зайняли сидячі місця. На наступній зупинці кількість пасажирів збільшилась на 8%. Скільки пасажирів зайшли в трамвай на кінцевій зупинці, якщо трамвай вміщує не більше 65 пасажирів?



7 клас

- Величина гострого кута ABC дорівнює m° . Промені BD і BF провели так, що $BD \perp BA$, а $BF \perp BD$, причому промені BD і BC лежать усередині кута ABF . Знайдіть величини $\angle DBF$ і $\angle ABF$.
- Зменшене на 25% більше за від'ємник. Який відсоток від зменшеного становить різниця?
- Доведіть, що дріб $\frac{12n+1}{30n+2}$ нескоротний.
- Розв'яжіть рівняння $(2|x|-1)(3|x|+2) = 6x^2 + 1$.
- Чи можна всі двоцифрові числа від 32 до 86 записати в деякому порядку так, щоб вони утворювали просте число. Відповідь обґрунтуйте.

8 клас

- У рівнобедрений прямокутний трикутник з гіпотенузою 35 см вписано прямокутник так, що дві його вершини лежать на гіпотенузі, а дві інші на катетах. Який найменший периметр може мати прямокутник, якщо одна з його сторін утричі більша за іншу.
- Доведіть, що число $11^{10} - 4 \cdot 7^{48} + 3 \cdot 2^3 + 11^{11} + 4 \cdot 7^{49}$ ділиться на 60.
- До двох кіл з центрами у точках O і O_1 , які дотикаються зовнішнім чином у точці A проведено спільну дотичну BC (B і C – точки дотику). Знайдіть величину кута BAC .
- На дошці записано числа від 1 до 20. Дозволяється за один крок будь-які два числа x і y замінити виразом $x + y + 5xy$. Після кількох кроків на дошці залишилось число 20152016. Доведіть, що при перетвореннях було допущено помилку.
- Кожна точка площини пофарбована в синій або зелений колір. Довести, що на цій площині знайдеться прямокутний трикутник з гіпотенузою 2 і гострим кутом 30° , усі вершини якого одного кольору.

9 клас

- Дано 2016 точок $A_1, A_2, \dots, A_{2016}$ і коло радіуса 1. Довести, що на колі існує така точка M , що $MA_1 + MA_2 + \dots + MA_{2016} \geq 2016$.
- Для додатних a, b і c довести нерівність $\sqrt{a^2 - c^2} + \sqrt{b^2 - c^2} \leq \frac{ab}{c}$.
- Діагональ трапеції розбиває її на рівносторонній і прямокутний трикутники. Знайти косинус кута між діагоналями трапеції.
- Побудуйте графік залежності $x^2 + |2xy - 4x| + y^2 = 4y + 5$.
- Розв'яжіть рівняння $x(x+4)^2(x+8) = 3072$.

10 клас

- Для додатних a, b і c довести нерівність $\sqrt{a^2 - c^2} + \sqrt{b^2 - c^2} \leq \frac{ab}{c}$.
- Функція $f(x)$ задана на всій дійсній осі, причому $f(x) \leq x$ і $f(x+y) \leq f(x) + f(y)$. Знайдіть $f(2016)$.
- Розв'яжіть нерівність $|x^2 - 2x - 5| - |x - 1| \geq 0$.
- Побудуйте трикутник за медіаною і двома кутами, на які ця медіана ділить кут трикутника.

- Серед розв'язків системи
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ t^2 + z^2 = 9 \\ xt + yz \geq 6 \end{cases}$$
 знайдіть той, для якого $x + z$ буде найбільшим.

11 клас

- Через точку P на стороні трикутника проведіть пряму, яка ділить його площу порівну.
- Доведіть, що $\cos 2016 < 1 + \cos 2017$.
- Катети прямокутного трикутника дорівнюють 3 та 4. Знайти радіус кола, що проходить через вершини гострих кутів і середину більшого катета.
- Довести, що в тетраедрі $ABCD$ ребра AD та BC взаємно перпендикулярні тоді і лише тоді, коли $AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2$.
- На площині задано 2016 точок, таких що площа будь-якого трикутника з вершинами в цих точках не перевищує 1. Доведіть, що всі точки можна накрити трикутником, площа якого не перевищує 4.