

Завдання
II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії
2015–2016 н. р.
10 клас

Час виконання завдань – **3 години**
Максимально можлива кількість балів – **50**

- 1. Спостерігаємо Юпітер.** Одного року найкращі умови видимості Юпітера припадали на жовтень-листопад. Розрахуйте, у які місяці спостерігатиметься найкраща видимість Юпітера наступного року. **(5 балів)**

Розв'язання:

Знаючи, що середня відстань Юпітера від Сонця приблизно у 5 разів більша, ніж Землі, покладемо, що $a = 5$ а.о., тоді зі спрощеного III-ого закону Кеплера маємо $T = a\sqrt{a}$, звідси для Юпітера як зовнішньої планети $\frac{1}{S} = 1 - \frac{1}{T} = \frac{T-1}{T}$; $S = \frac{T}{T-1} = \frac{a\sqrt{a}}{a\sqrt{a}-1}$. Саме через такий проміжок часу повториться найкраща видимість Юпітера.

- 2. Львів.** Розрахуйте швидкість і доцентрове прискорення точки земної поверхні на широті Львова (**50° пн.ш.**). Вважайте, що Земля має сферичну поверхню з радіусом **6400 км**. Що ви знаєте про справжню форму нашої планети? **(5 балів)**

Розв'язання:

Точка на широті Львова описує коло радіусом $r = R \cos \varphi$, де R – радіус Землі. Тоді лінійна швидкість обертання $v = \frac{2\pi R \cos \varphi}{T}$, де $T = 24$ год. = 86400 с – період обертання Землі навколо власної осі; доцентрове прискорення $a = \frac{v^2}{R \cos \varphi}$.

При розв'язанні багатьох задач припускається, що Земля є однорідною кулею. При розв'язанні задач, для яких необхідне точніше знання розмірів і форми Землі, Земля вважається еліпсоїдом обертання з неоднорідним розподілом мас. Така форма має назву геоїда.

- 3. Подвійна система.** Компоненти подвійної зорі γ Андромеди мають видимі зоряні величини **2^m,38** і **5^m,08**. Обчисліть видиму зоряну величину цієї подвійної системи. **(10 балів)**

Розв'язання:

$$m_1 = 2,38; m_2 = 5,08.$$

$$\text{За формулою Погсона маємо: } E_1 = 2,512^{-m_1} = 2,512^{-2,38} \approx 0,112;$$

$$E_2 = 2,512^{-m_2} = 2,512^{-5,08} \approx 0,009.$$

$$\text{Тоді } E = E_1 + E_2 = 0,121.$$

Оскільки $E = 2,512^{-m}$, то отримаємо:

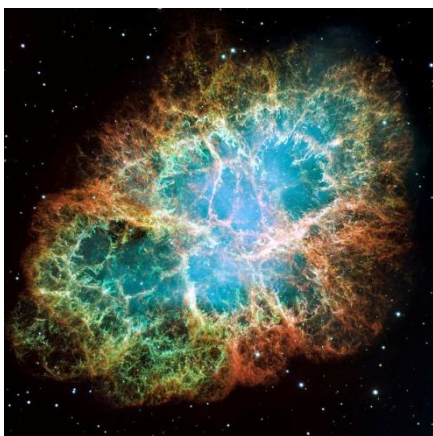
$$\lg E = \lg 2,512^{-m}; \lg 0,121 = -0,4m; m \approx 2,29.$$

4. АМС. 31 березня 1966 року було здійснено запуск ракети-носія, що вивела на траєкторію польоту на Місяць автоматичну міжпланетну станцію «Луна-10». 3 квітня 1966 року АМС вперше у світі вийшла на орбіту навколо Місяця. Параметри орбіти були такими: період обертання $2^{\text{h}}58^{\text{m}}15^{\text{s}}$, висота периселенію **350 км**, висота апоселенію **1000 км**. За цими даними розрахуйте масу Місяця (в кілограмах). **(10 балів)**

Розв'язання:

$$h = 0,35 \cdot 10^6 \text{ м} - \text{висота периселенію}, H = 10^6 \text{ м} - \text{висота апоселенію}$$

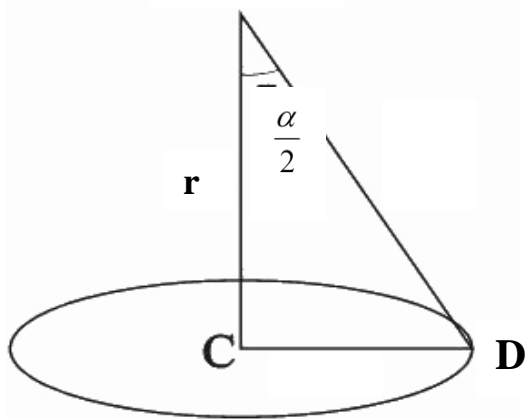
Ураховавши радіус Місяця ($R = 1,737 \cdot 10^6 \text{ м}$), отримаємо велику піввісь селеноцентричної орбіти супутника: $a = \frac{h + H + 2R}{2}$, тоді, маючи період обертання ШСМ в секундах, застосуємо уточнений Ньютоном III закон Кеплера: $\frac{T^2(M + m)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G}$. Знехтувавши масою ШСМ порівняно з масою Місяця, знайдемо шукану масу: $M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}$.



5. Об'єкт на фото.

Видимі розміри об'єкта **М 1** з каталогу Мессьє **420" x 290"**, а відстань до нього становить **2 кпк**. Оцініть лінійні розміри об'єкта. Що вам відомо про цей об'єкт і про каталог Мессьє? **(10 балів)**

Розв'язання:



За умовою, $\alpha = 420''$, $\beta = 290''$, тоді з геометричних міркувань лінійні розміри туманності можна визначити так:

$$d_1 = 2r \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, d_2 = 2r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}.$$

Крабоподібна туманність (M1) – туманність, що являє собою залишок від спалаху наднової, що стався 1054 року. У центрі туманності міститься нейтронна зоря. M1 – один з найвідоміших космічних об'єктів. Згадки про появу в цьому місці дуже яскравої зірки збереглися в китайських хроніках. M1 простягається в сузір'ї Тельця. У темні прозорі ночі її можна побачити за допомогою звичайного бінокля.

Каталог Мессьє – список із 110 астрономічних об'єктів, складений французьким астрономом Шарлем Мессьє в останній третині XVIII ст. Мессьє «полював» за кометами й мав на меті скласти каталог нерухомих туманностей і зоряних скупчень, які можна було сплутати з кометами. Так до каталогу потрапили різноманітні астрономічні об'єкти: галактики, кульові скупчення, туманності, розсіяні скупчення. Поняття про більшість цих об'єктів у часи Мессьє не існувало. Перше видання каталогу містило об'єкти M1 – M45. Для багатьох об'єктів наданий Мессьє номер дотепер залишається основною назвою.

- 6. Практичне завдання** (рухома карта зоряного неба). **(10 балів)**
- Яка зоря і якого сузір'я перебуває сьогодні о **12 год. 30 хв.** у зеніті? **(1 бал)**
 - Визначте **екваторіальні координати й годинний кут** цієї зорі. **(2 бали)**
 - Чи перебуває Сонце у цьому сузір'ї? Скільки часу це триває? **(1 бал)**
 - Упродовж якого часу сузір'я можна спостерігати на нашій широті? **(3 бали)**
 - Які цікаві об'єкти містяться у цьому та сусідніх сузір'ях? **(3 бали)**

Завдання
II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії
2015–2016 н. р.
11 клас

Час виконання завдань – **3 години**
Максимально можлива кількість балів – **50**

- 1. Три точки земної поверхні.** Розрахуйте швидкість і доцентрове прискорення точок земної поверхні, розташованих на Північному полюсі, на широті Львова (50° пн.ш.) й на екваторі. Вважайте, що Земля має сферичну поверхню з радіусом **6400 км**. Що ви знаєте про справжню форму нашої планети? **(5 балів)**

Розв'язання:

Точка на полюсі не бере участі в обертальному русу планети, тож її лінійна швидкість та доцентрове прискорення дорівнюють нулю.

Точка на екваторі описує коло, радіус якого дорівнює радіусу Землі, тоді лінійна швидкість обертання $v = \frac{2\pi R}{T}$, де $T = 24$ год = 86400 с – період

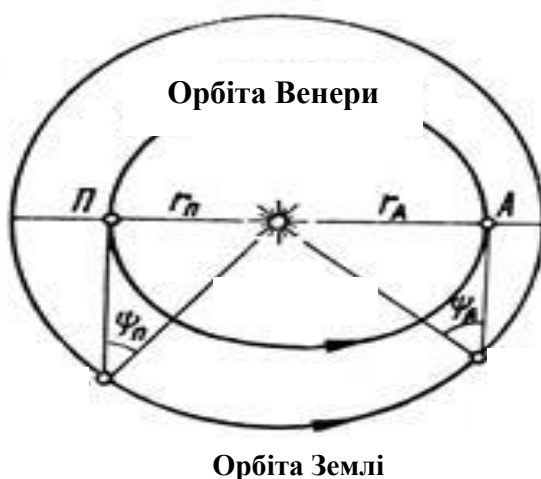
обертання Землі навколо власної осі; доцентрове прискорення $a = \frac{v^2}{R}$.

Точка на широті Львова описує коло радіусом $r = R \cos \varphi$. Тоді лінійна швидкість обертання $v = \frac{2\pi R \cos \varphi}{T}$; доцентрове прискорення $a = \frac{v^2}{R \cos \varphi}$.

При розв'язанні багатьох задач припускається, що Земля є однорідною кулею. При розв'язанні задач, для яких необхідне точніше знання розмірів і форми Землі, Земля вважається еліпсоїдом обертання з неоднорідним розподілом мас. Така форма має назву геоїда.

- 2. Елонгація Венери.** Найбільша елонгація Венери внаслідок еліптичності її орбіти коливається від 43° до 48° . Обчисліть сидеричний і синодичний періоди Венери, велику піввісь та ексцентриситет її орбіти. **(10 балів)**

Розв'язання:



З геометричних міркувань радіус перигелію Венери $r_n = a \sin \psi_n \approx 0,682 a.o.$,

радіус афелію Венери $r_A = a \sin \psi_A \approx 0,743 a.o.$,

тоді велика піввісь планети $a = \frac{r_g + r_A}{2} = 0,712 a.o.$;

за «спрощеним» III законом Кеплера сидеричний період

$T = a\sqrt{a} \approx 0,6$ років,

звідси для Венери як внутрішньої планети знаходимо синодичний період $\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - 1 = \frac{1-T}{T}$; $S = \frac{T}{1-T} = \frac{a\sqrt{a}-1}{a\sqrt{a}} \approx 1,5$ років.

Ексцентриситет орбіти Венери можна розрахувати з умови $e = \frac{r_A - r_n}{2a}$.

- 3. Зоря Міцар.** Визначте освітленість і світність компонент подвійної зорі Міцар, якщо її блиск $2^m,17$, паралакс $0'',037$, а перша компонента яскравіша від другої у $4,47$ разів. Вважайте, що абсолютна зоряна величина Сонця становить $4,83$. **(10 балів)**

Розв'язання:

З формули Погсона знайдемо освітленість системи:

$$E = 2,512^{-m} \approx 0,136.$$

Тоді $E = 4,47E_2 + E_2 = 5,47E_2$; $E_2 = \frac{E}{5,47} = 0,025$, $E_1 = 0,136 - 0,025 = 0,111$.

Далі обчислимо абсолютні зоряні величини кожної компоненти Міцара:

$M_1 = m_1 + 5 + 5 \lg \pi$, $M_2 = m_2 + 5 + 5 \lg \pi$ (π – паралакс в секундах дуги, як і дано в умові задачі).

Застосовуючи формулу Погсона, знаходимо освітленості, створені зорями:

$E_1 = 2,512^{-m_1}$, звідси обчислюємо m_1 :

$E_2 = 2,512^{-m_2}$, звідси обчислюємо m_2 :

у такому разі світності (в одиницях світності Сонця) дорівнюють:

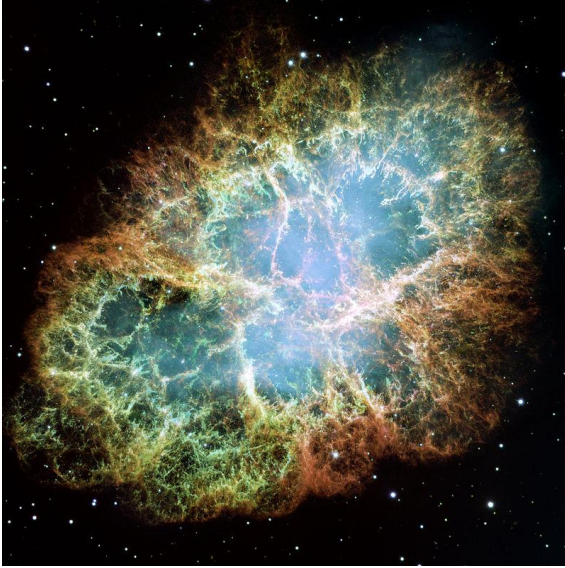
$$L_1 = 2,512^{M - M_1}$$

$$L_2 = 2,512^{M - M_2} \text{ (} M \text{ – абсолютна зоряна величина Сонця).}$$

- 4. Годинник на Марсі.** Як буде йти маятниковий годинник на Марсі? Врахуйте, що $M_{\text{Марс}} = 0,11M_{\oplus}$, а $R_{\text{Марс}} = 0,53R_{\oplus}$. **(5 балів)**

Розв'язання:

Стандартне використання формули Гюйгенса для періоду коливань математичного маятника на Марсі й на Землі: $\frac{T_{\text{Марс}}}{T_{\oplus}} \approx 1,598$. Це означає, що годинник на Марсі відстане від земного годинника на $0,598 \cdot 24 = 14,352$ год. за добу.



5. Об'єкт на фото.

Видимі розміри об'єкта **M 1** з каталогу Мессьє **420'' x 290''**, а відстань до нього становить **2 кпк**. Оцініть лінійні розміри об'єкта. Що вам відомо про цей об'єкт і про каталог Мессьє? **(10 балів)**

Розв'язання: див. розв'язання задачі № 5 (10 кл.)

6. Практичне завдання (рухома карта зоряного неба). **(10 балів)**

- Яка зоря і якого сузір'я перебуває сьогодні о **12 год. 30 хв.** у зеніті? **(1 бал)**
- Визначте **екваторіальні координати й годинний кут** цієї зорі. **(2 бали)**
- Чи перебуває Сонце у цьому сузір'ї? Скільки часу це триває? **(1 бал)**
- Упродовж якого часу сузір'я можна спостерігати на нашій широті? **(3 бали)**
- Які цікаві об'єкти містяться у цьому та сусідніх сузір'ях? **(3 бали)**